

## Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik (BSc, 2. Vordiplom D-ITET)

1. (10 Punkte) Sei  $X$  eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion

$$F_X(t) := \begin{cases} 0 & \text{falls } t < 0, \\ \frac{t^2}{8} & \text{falls } 0 \leq t < 2, \\ \frac{3}{4} + c \int_2^t \frac{1}{s^2} ds & \text{falls } t \geq 2. \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante  $c$ .
  - b) Berechnen Sie  $P[X = 0]$ ,  $P[X = 2]$  sowie  $P[1 < X \leq 2]$ .
  - c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von  $Y := \log X$ .
  - d) Besitzt die Zufallsvariable  $X$  eine Dichtefunktion? (Begründung!)
2. (10 Punkte) Herr M. fährt jeden Tag mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{3}{4}$  mit dem Velo und mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{4}$  mit dem Bus zur Arbeit. Nimmt er das Velo, so ist seine (zufällige) Fahrzeit in Minuten gleichverteilt auf  $[1, 4]$ ; nimmt er den Bus, so ist sie gleichverteilt auf  $[3, 6]$ . Wir bezeichnen die Fahrzeit von Herrn M. in Minuten mit  $T$ .
- a) Gegeben, dass  $T$  zwischen 3.5 und 4.5 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Herr M. dann mit dem Velo gefahren?
  - b) Gegeben, dass  $T$  höchstens 2 beträgt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Herr M. dann mit dem Bus gefahren?
  - c) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von  $T$ .
3. (10 Punkte)  $X$  und  $Y$  sind unabhängige exponentialverteilte Zufallsvariablen mit Parametern  $\lambda_X = 2$  und  $\lambda_Y = 3$ . Sei nun  $M := \max(X, Y)$  das Maximum von  $X$  und  $Y$ .
- a) Welche Werte kann  $M$  annehmen und was ist die Dichte von  $M$ ?
  - b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass  $X > 2Y$ .
  - c) Sei  $Z := \min(X, Y)$  das Minimum von  $X$  und  $Y$ . Was ist der Erwartungswert von  $M + Z$ ?