

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik (BSc D-ITET)

- **Bitte ...**

- Legen Sie Ihre Legi auf den Tisch.
 - Tragen Sie Ihre Daten in dieses Deckblatt ein und schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen.
 - Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
 - Schreiben Sie stets alle **Zwischenschritte und -rechnungen** sowie **Begründungen** auf.
- Es dürfen sich nur erlaubte Hilfsmittel auf dem Tisch befinden, d.h. 5 beidseitig von Hand beschriebene A4-Blätter.
 - Hinweis: Jede Aufgabe und Teilaufgabe hat für die Benotung gleiches Gewicht.
 - **Viel Erfolg!**

Name:	
Vorname:	
Stud. Nr.:	

Das Folgende bitte nicht ausfüllen!

Aufgabe	1	2	3
erreichte Punkte			
Kontrolle			

Punktetotal:	
Vollständigkeit:	

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik (BSc D-ITET)

1. Ein Gerät besteht aus 3 unabhängigen Komponenten I, II, III, deren Lebensdauern in Stunden exponentialverteilt mit Parameter $\lambda > 0$ sind.

- a) Sei N die Anzahl Komponenten, die nach 1 Stunde funktionieren. Finde $E[N]$, $\text{var}[N]$.
- b) Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Komponente I nach 1 Stunde funktioniert, falls $N \geq 1$?
- c) Finde die Verteilungsfunktion und die Dichte für die Zeit S des ersten Ausfalls einer Komponente und für die erste Zeit T , zu der alle drei Komponenten ausgefallen sind.

2. Ein zufälliger Punkt X wird gleichmässig verteilt auf der Kreisscheibe D mit Zentrum 0 und Radius 1.

- a) Sei R der Abstand zwischen 0 und X . Finde die Dichte von R und berechne $E[R]$.
- b) Sei S eine Zufallsvariable mit Dichte

$$f(s) = \begin{cases} 2s, & 0 < s < 1, \\ 0, & s \in \mathbb{R} \setminus (0, 1). \end{cases}$$

Sei A die Fläche der Kreisscheibe mit Zentrum 0 und Radius S . Finde die Dichte von A . Berechne $E[A]$.

- c) Berechne $\text{var}[A]$ und finde die beste lineare Prognose von S durch A .

3. Die Anzahlen X_1, X_2 defekter Stellen auf zwei Chips seien unabhängig und Poissonverteilt mit respektivem Parameter $\lambda_1, \lambda_2 > 0$.

- a) Einer von den zwei Chips wird zufällig gewählt und enthält genau zwei defekte Stellen. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Chip gewählt wurde?
- b) Sei $N = X_1 + X_2$. Berechne $k!P[N = k]$ für $k \geq 0$ (verwende die binomische Formel). Was ist die Verteilung von N ?
- c) Finde $E[X_1]$, $\text{var}[X_1]$ (Hinweis: Berechne zuerst $E[X_1(X_1 - 1)]$).