

MC-Serie 3

Einsendeschluss: 16. Oktober 2015, 16:00 Uhr

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des LöSENS des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Was ist die Linearisierung der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

bei $x = 2$?

- (a) $L(x) = 1 + \frac{1}{4}x$.
- (b) $L(x) = 1 - \frac{1}{4}x$.
- (c) $L(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x$.
- (d) $L(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x$.

2. Welche ist die Gleichung für die Tangente an die Kurve

$$y = \frac{1}{x^2}$$

im Punkt $(-1, 1)$?

- (a) $y = x$
- (b) $y = x + 2$
- (c) $y = 2x - 1$
- (d) $y = 2x + 3$

3. Das Taylorpolynom zweiter Ordnung um 0 der Hyperbelfunktion $\cosh x$ ist

- (a) $1 + \frac{1}{2}x^2$.
- (b) $1 + x^2$.
- (c) $1 + 2x^2$.
- (d) $2 + x^2$.

4. Das Maclaurinsche Polynom dritter Ordnung der Funktion $f(x) = e^{\sin x}$ ist

- (a) $1 + x + \frac{x^2}{2}$.
- (b) $1 + x + \frac{x^2}{2} + x^3$.
- (c) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$.
- (d) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$.

5. Wenn man zwei Funktionen addiert, dann werden ihre Taylorreihen an einem Punkt x_0

- (a) addiert.
- (b) addiert, aber man erhält die Taylorreihe an der Stelle $2x_0$.
- (c) multipliziert.
- (d) es kann keine allgemein gültige Aussage getroffen werden.

6. Nur eine der folgenden Rechnungen ist korrekt. Welche?

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0 \times (-\infty) = 0$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0 \times (-\infty) = -\infty$$

(c)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{\frac{1}{x}} = \frac{-\infty}{\infty} = -1$$

(d)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-x) = 0$$

7. Durch zweifache Anwendung der Regel von Bernoulli-l'Hôpital folgt

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x}{2} = 3.$$

Was stimmt an dieser Überlegung nicht? Die Regel von Bernoulli-l'Hôpital ist ...

- (a) nicht anwendbar, weil das Zählerpolynom jeweils einen höheren Grad als das Nennerpolynom hat.
- (b) nicht anwendbar, weil die beiden ersten Brüche keine auf ganz \mathbb{R} definierte Funktion beschreiben.
- (c) auf den ersten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \rightarrow 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.
- (d) auf den zweiten Bruch nicht anwendbar, weil Zähler und Nenner für $x \rightarrow 1$ nicht beide gegen 0 oder ∞ streben.

8. Welche der folgenden Identitäten ist **falsch**?

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x - 1} = 0.$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{\sin(x^2) + 1} = 0.$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\cos x - 1} = 0.$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{e^x - 1} = 0.$

9. Die Funktion $x \mapsto f(x) = \frac{x}{e^x - 1} + \frac{x}{2}$ ist

- (a) gerade und $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.$
- (b) ungerade und $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.$
- (c) gerade und $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty.$
- (d) ungerade und $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty.$

10. Die Gleichung

$$x \ln x = 1$$

besitzt im Intervall $[1, 3]$

- (a) keine Lösung.
- (b) genau eine Lösung.
- (c) genau zwei Lösungen.
- (d) drei oder mehr Lösungen.

Hinweis: Zwischenwertsatz