D-ERDW, D-HEST, D-USYS Mathematik I HS 15
Dr. Ana Cannas

MC-Serie 4

Einsendeschluss: 23. Oktober 2015, 16:00

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Welche der folgenden Aussagen über die Funktion

$$f(x) = x^3 - x^2$$

im Intervall $[0, 1]$ ist richtig?

(a) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Minimum im Punkt $x = \frac{1}{3}$ an.

(b) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Maximum im Punkt $x = \frac{1}{3}$ an.

(c) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Minimum im Punkt $x = \frac{2}{3}$ an.

(d) f nimmt in $[0, 1]$ ihr globales Maximum im Punkt $x = \frac{2}{3}$ an.

2. Das Maximum der Funktion

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

im Intervall $[1, 5]$ ist

(a) 0.

(b) 1.

(c) $\dfrac{1}{e}$.

(d) $\dfrac{\ln 5}{5}$.

3. Das Minimum der Funktion

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

im Intervall $[1, 5]$ ist

(a) 0.

(b) 1.

(c) $\frac{1}{e}$.

(d) $\frac{\ln 5}{5}$.

4. Es sei $f : \mathbb{D} \to \mathbb{R}$ eine dreimal differenzierbare Funktion und $x \in \mathbb{D}$.

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) Gilt $f'(x) = 0$, so nimmt f in x ein Extremum an.

(b) Gilt $f'(x) = 0$, $f''(x) > 0$, so nimmt f in x ein Maximum an.

(c) Gilt $f'(x) = f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$, so hat f in x einen Wendepunkt.

(d) Nimmt f in x ein Extremum an, so gelten $f'(x) = 0$ und $f''(x) \neq 0$.

5. Sei x_n eine Approximation von einer Nullstelle des Polynoms

$$p(x) = x^2 - \alpha$$

wobei $\alpha > 0$. Was ist unter Anwendung des Newtonverfahrens die nächste Approximation x_{n+1}?

(a) $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(3x_n + \frac{\alpha}{x_n}\right)$.

(b) $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n - \frac{\alpha}{x_n}\right)$.

(c) $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{\alpha}{x_n}\right)$.

(d) $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(3x_n - \frac{\alpha}{x_n}\right)$.

6. Approximieren Sie den Wert $\sqrt{5}$, indem Sie zwei Iterationsschritte des Newtonschen Verfahrens für $f(x) = x^2 - 5$ mit dem Startwert $x_0 = 3$ berechnen. Dann ergibt sich die Approximation:

(a) $x_2 = \frac{7}{3}$

(b) $x_2 = \frac{47}{21}$

(c) $x_2 = \frac{2207}{987}$

(d) $x_2 = \frac{4870847}{2178309}$

7. Welche ist eine korrekte Stammfunktion von

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+2x}?$$

(a) $\arctan(x) + \dfrac{1}{2}\ln|1+2x|$.

(b) $\arctan(x) - \dfrac{2}{(1+2x)^2}$.

(c) $\operatorname{arsinh}(x) + \dfrac{1}{2}\ln|1+2x|$.

(d) $\operatorname{arsinh}(x) - \dfrac{2}{(1+2x)^2}$.

8. Seien F, G Stammfunktionen von f, $g : (a,b) \to \mathbb{R}$. Welche der Aussagen ist **falsch**?

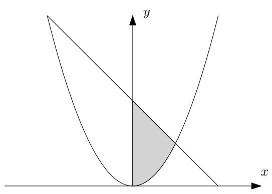
(a) $F + G$ ist eine Stammfunktion von $f + g$.

(b) FG ist eine Stammfunktion von fg.

(c) Sei $c \in \mathbb{R}$. Dann ist $F + c$ eine Stammfunktion von f.

(d) FG ist eine Stammfunktion von $fG + Fg$.

9. Wie gross ist der Flächeninhalt F der Figur im ersten Quadrant, die zwischen der Parabel $y = x^2$ und der Geraden $y = 2 - x$ liegt?



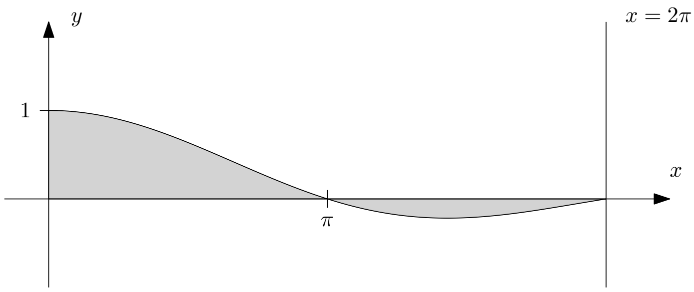
(a) $F = \dfrac{7}{6}$.

(b) $F = \dfrac{4}{3}$.

(c) $F = \dfrac{5}{6}$.

(d) $F = \dfrac{10}{3}$.

10. Der Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion $x \to \dfrac{\sin x}{x}$, den beiden Koordinatenachsen und der Geraden $x = 2\pi$ begrenzt wird



ist

(a) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\sin t}{t}\, dt$.

(b) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\sin |t|}{|t|}\, dt$.

(c) $\displaystyle\int_0^{2\pi} \left|\frac{\sin t}{t}\right| dt$.

(d) $\displaystyle\left|\int_0^{2\pi} \frac{\sin t}{t}\, dt\right|$.