

MC-Serie 7

Gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung

Einsendeschluss: 13. November 2015, 16:00

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Welche ist die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} &= \frac{-1}{\sqrt{4-x^2}} \\ y(0) &= \pi \end{cases}$$

im Intervall $(-2, 2)$?

- (a) $y(x) = \arccos \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$.
- (b) $y(x) = \arccos \frac{x}{2} + \pi$.
- (c) $y(x) = \arcsin \frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}$.
- (d) $y(x) = \arcsin \frac{x}{2} + \pi$.

2. Die Differentialgleichung

$$y' = \ln(x+1)y + \ln(x+1)$$

geht durch Trennen der Variablen über in

- (a) $yy' = \ln(x+1)$.
- (b) $\frac{y'}{y} = \ln(x+1) + 1$.
- (c) $yy' = \ln(x+1)^2$.
- (d) $\frac{y'}{y+1} = \ln(x+1)$.

3. Die Differentialgleichung $y' = x^2 + 2xy + y^2$

- (a) ist linear.
- (b) ist separierbar.
- (c) lässt sich durch eine Substitution $u = \frac{y}{x}$ lösen.
- (d) lässt sich durch eine Substitution $u = x + y$ lösen.

4. Die Differentialgleichung $y' = \frac{1}{x^2}y + \sin x$

- (a) ist linear.
- (b) ist separierbar.
- (c) lässt sich durch eine Substitution $u = \frac{y}{x}$ lösen.
- (d) lässt sich durch eine Substitution $u = x + y$ lösen.

5. Die Differentialgleichung $y' = \frac{xy}{x^2 - y^2} + \sin \frac{y}{x}$

- (a) ist linear.
- (b) ist separierbar.
- (c) lässt sich durch eine Substitution $u = \frac{y}{x}$ lösen.
- (d) lässt sich durch eine Substitution $u = x + y$ lösen.

6. Die Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = 3y \left(1 - \frac{y}{2}\right)$$

geht durch Trennung der Variablen und Partialbruchzerlegung über in

- (a) $\int \left(\frac{1}{2-y} + \frac{1}{y}\right) dy = \int 3 dx + c$ wobei $c \in \mathbb{R}$.
- (b) $\int \left(\frac{2}{y-2} - \frac{2}{y}\right) dy = \int 3 dx + c$ wobei $c \in \mathbb{R}$.
- (c) $\int \left(\frac{2}{2-y} - \frac{1}{y}\right) dy = \int 3 dx + c$ wobei $c \in \mathbb{R}$.
- (d) $\int \left(\frac{1}{y-2} + \frac{2}{y}\right) dy = \int 3 dx + c$ wobei $c \in \mathbb{R}$.

7. Welche der folgenden Differentialgleichungen ist linear?

- (a) $y = xy' + (y')^2$
- (b) $\frac{y'}{1-x^2} + \frac{y}{1+x} = \frac{1}{x^2}$
- (c) $(y' - 2)^2 = y$
- (d) $y' = \frac{2xy}{x^2 - y^2}$

8. Die Lösung $Y(t)$ des Anfangswertproblems

$$\frac{dY(t)}{dt} = 2Y(t) - 10, \quad Y(0) = 6,$$

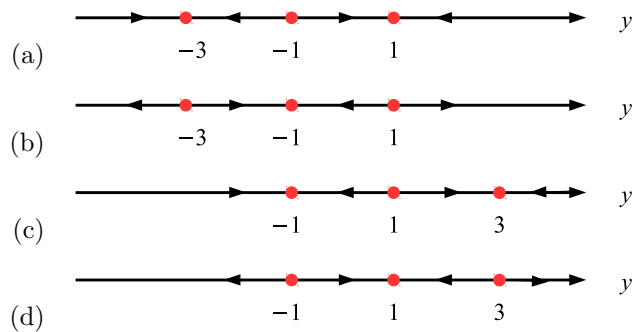
erfüllt

- (a) $Y(1) = e^2 + 5.$
- (b) $Y(1) = 2.$
- (c) $Y(1) = e^2 - 10.$
- (d) $Y(1) = -8.$

9. Welches Bild stellt die Phasenlinie der Gleichung

$$\frac{dy}{dx} = (y+1)(y-1)(y-3)$$

dar?



10. Wir betrachten die Stabilität der Gleichgewichtspunkte der Gleichung

$$\frac{dy}{dx} = y^2 - 2y.$$

- (a) $y = 0$ und $y = 2$ sind beide stabile Gleichgewichtswerte.
- (b) $y = 0$ ist ein stabiler Gleichgewichtswert aber $y = 2$ ist instabil.
- (c) $y = 0$ ist ein instabiler Gleichgewichtswert aber $y = 2$ ist stabil.
- (d) $y = 0$ und $y = 2$ sind beide instabile Gleichgewichtswerte.