D-ERDW, D-HEST, D-USYS Mathematik I HS 15
Dr. Ana Cannas

MC-Serie 8

Lineare DGL 2. Ordnung und Aufholen der Differentialrechnung

Einsendeschluss: 20. November 2015, 16:00

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Welche der folgenden Aussagen über die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + y = 0$$

(wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$) ist korrekt?

(a) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2$.

(b) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-x}$.

(c) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 x$.

(d) Die allgemeine Lösung ist $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$.

2. Wie lautet die charakteristische Gleichung der DGL

$$y'' - 3y' + 2y = 0?$$

(a) $r^2 - 3r = 0$.

(b) $r^2 - 3r + 2 = 0$.

(c) $1 - 3r + 2r^2 = 0$.

(d) $r - r^3 + r^2 = 0$.

3. Gegeben seien die Lösungen

$$y_1(x) = e^x \quad \text{und} \quad y_2(x) = e^{-x}$$

einer linearen homogenen DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Welche der folgenden Funktionen ist **keine** Lösung dieser DGL?

(a) 0.

(b) xe^x.

(c) $\cosh x$.

(d) $4e^x - 3e^{-x}$.

4. Wir betrachten die Differentialgleichung

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^x \ .$$

Welcher der folgenden Lösungsansätze für eine partikuläre Lösung dieser Differentialgleichung ist geeignet?

(a) $y_{\text{spez}}(x) = ke^x$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

(b) $y_{\text{spez}}(x) = kxe^x$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

(c) $y_{\text{spez}}(x) = ke^{4x}$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

(d) $y_{\text{spez}}(x) = kxe^{4x}$ wobei $k \in \mathbb{R}$.

5. Die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung

$$y'' + 16y = e^{3x}$$

ist von der Form

(a) $y(x) = C_1 \cos(4x) + C_2 \sin(4x) + \frac{1}{25}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

(b) $y(x) = C_1 \cos(4x) + C_2 \sin(4x) + \frac{1}{5}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

(c) $y(x) = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + \frac{1}{25}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

(d) $y(x) = C_1 e^{4x} + C_2 e^{-4x} + \frac{1}{5}e^{3x}$ wobei $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

6. Wie lautet die Ableitung von

$$f(x) = 2^{x^2+1}?$$

(a) $2x \cdot 2^{x^2}$.

(b) $(x^2 + 1) \cdot 2^{x^2}$.

(c) $(\ln 2)2^{x^2+1}$.

(d) $4x(\ln 2)2^{x^2}$.

7. Sei $f(x) = \pi + 2\arctan(x)$ und $g(x)$ ihre Umkehrfunktion.
Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) $f(x)$ ist für alle reelle x definiert und differenzierbar.

(b) Der Wertebereich von $f(x)$ ist $(0, 2\pi)$.

(c) $g(x)$ ist für alle reelle x definiert und differenzierbar.

(d) $g(x) = \cot\left(\pi - \frac{x}{2}\right)$

8. Die Gleichung

$$y^2 = x^2 - \sin(xy) + 1$$

definiert y als differenzierbare Funktion von x in einer Umgebung von $(x, y) = (0, 1)$. Was ist die Ableitung $\frac{dy}{dx}$ dieser Funktion?

(a) $\dfrac{2y + x\cos(xy)}{2x - y\cos(xy)}$.

(b) $\dfrac{2y + x\cos(xy)}{-2x + y\cos(xy)}$.

(c) $\dfrac{2x - y\cos(xy)}{2y + x\cos(xy)}$.

(d) $\dfrac{-2x + y\cos(xy)}{2y + x\cos(xy)}$.

9. Das Maclaurinsche Polynom dritter Ordnung der Funktion $f(x) = e^{\sin x}$ ist

(a) $1 + x + \frac{x^2}{2}$.

(b) $1 + x + \frac{x^2}{2} + x^3$.

(c) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$.

(d) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$.

10. Die Funktion $x \mapsto f(x) = \frac{x}{e^x - 1} + \frac{x}{2}$ ist

(a) gerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$.

(b) ungerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = 1$.

(c) gerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$.

(d) ungerade und $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$.