D-ERDW, D-HEST, D-USYS   Mathematik I   HS 15
Dr. Ana Cannas

MC-Serie 9

Einführung in die lineare Algebra und Aufholen der Integralrechnung

Einsendeschluss: 27. November 2015, 16:00

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ hat

(a) keine Lösung.

(b) eine eindeutige Lösung.

(c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

(d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

2. Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -4 & -3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ hat

(a) keine Lösung.

(b) eine eindeutige Lösung.

(c) eine Lösungsmenge mit einem freien Parameter.

(d) eine Lösungsmenge mit zwei freien Parametern.

3. Ist der Vektor $\vec{b}$ eine der Spalten der Matrix A, so ist $A\vec{x} = \vec{b}$

(a) auf jeden Fall unlösbar.

(b) auf jeden Fall eindeutig lösbar.

(c) immer lösbar, aber manchmal nicht eindeutig lösbar, hängt von A und $\vec{b}$ ab.

(d) manchmal lösbar, manchmal unlösbar, hängt von A und $\vec{b}$ ab.

4. Der Winkel zwischen $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $v = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ist

(a) $\frac{\pi}{6}$.

(b) $\frac{\pi}{3}$.

(c) $\frac{2\pi}{3}$.

(d) $\frac{5\pi}{6}$.

5. Es sei 0_n die $n \times n$-Nullmatrix, E_n die $n \times n$-Einheitsmatrix, $n \geq 2$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) 0_n ist die einzige $n \times n$-Matrix A mit der Eigenschaft $A + A = 0_n$.

(b) 0_n ist die einzige $n \times n$-Matrix A mit der Eigenschaft $AA = 0_n$.

(c) E_n ist die einzige $n \times n$-Matrix A mit der Eigenschaft $AA = E_n$.

(d) E_n und 0_n sind die einzigen $n \times n$-Matrizen A mit der Eigenschaft $AA = A$.

6. Für welche der folgenden 3×3-Matrizen A gilt

$$AB = BA = B$$

für alle 3×3-Matrizen B?

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(b) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(d) Für keine Matrix, da die Matrixmultiplikation nicht kommutativ ist.

7. Seien F, G Stammfunktionen von f, $g : (a, b) \to \mathbb{R}$. Welche der Aussagen ist **falsch**?

(a) $F + G$ ist eine Stammfunktion von $f + g$.

(b) FG ist eine Stammfunktion von fg.

(c) Sei $c \in \mathbb{R}$. Dann ist $F + c$ eine Stammfunktion von f.

(d) FG ist eine Stammfunktion von $fG + Fg$.

8. Welche der folgenden Rechnungen ist **keine** korrekte Anwendung der partiellen Integration?

(a) $\displaystyle\int \ln x \, dx = x \cdot \ln x - \int 1 \, dx.$

(b) $\displaystyle\int \sin \varphi \cdot \cos \varphi \, d\varphi = - \cos \varphi \cdot \cos \varphi + \int \cos \varphi \cdot \sin \varphi \, d\varphi.$

(c) $\displaystyle\int 2x^3 e^{x^2} \, dx = x^2 e^{x^2} - \int 2x e^{x^2} \, dx.$

(d) $\displaystyle\int x\sqrt{x+1} \, dx = x\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - \int \frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} \, dx.$

9. Lösen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}\,dx$. Auf die Konstante aufpassen!

(a) $\dfrac{x^2}{x+1} + C$

(b) $x - \dfrac{1}{x+1} + C$

(c) $\dfrac{2}{(x+1)^3} + C$

(d) $\dfrac{x^2+x+2}{x+1} + C$

10. Welche ist die Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} & = \frac{-1}{\sqrt{4-x^2}} \\ y(0) & = \pi \end{cases}$$

im Intervall $(-2, 2)$?

(a) $y(x) = \arccos\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{2}$.

(b) $y(x) = \arccos\dfrac{x}{2} + \pi$.

(c) $y(x) = \arcsin\dfrac{x}{2} + \dfrac{\pi}{2}$.

(d) $y(x) = \arcsin\dfrac{x}{2} + \pi$.