D-ERDW, D-HEST, D-USYS Mathematik I HS 15
Dr. Ana Cannas

MC-Serie 10

Determinante, inverse Matrix und Unterräume

Einsendeschluss: 4. Dezember 2015, 16:00

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ist

(a) 2.

(b) 3.

(c) 4.

(d) 6.

2. Welche der folgenden Aussagen ist im Allgemeinen für reelle $n \times n$-Matrizen A und B sowie alle Zahlen $\lambda \in \mathbb{R}$ **falsch**?

(a) $\det(\lambda A) = \lambda^n \det A$.

(b) $\det(A + B) = \det A + \det B$.

(c) $\det(A^T) = \det A$.

(d) $\det(AB) = \det B \det A$.

3. Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = -A.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(a) $\det A = 4$.

(b) $\det B = -4$.

(c) $\det(AB) = 4$.

(d) $\det(BA) = -4$.

4. Sei A eine quadratische Matrix mit $\det A = 0$. Dann ist $A\vec{x} = \vec{b}$

(a) stets unlösbar.

(b) nur lösbar für $\vec{b} = 0$.

(c) lösbar für alle $\vec{b}$, aber nicht unbedingt eindeutig lösbar.

(d) lösbar nur für manche $\vec{b}$, aber für kein $\vec{b}$ eindeutig lösbar.

5. Welche ist die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}?$$

(a) $A^{-1} = \dfrac{1}{\cos^2\vartheta - \sin^2\vartheta} \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}$.

(b) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta & \sin\vartheta \\ -\sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}$.

(c) $A^{-1} = \dfrac{1}{\sin^2\vartheta - \cos^2\vartheta} \begin{pmatrix} \sin\vartheta & -\cos\vartheta \\ \cos\vartheta & \sin\vartheta \end{pmatrix}$.

(d) $A^{-1} = \begin{pmatrix} \sin\vartheta & -\cos\vartheta \\ \cos\vartheta & \sin\vartheta \end{pmatrix}$.

6. Sei A^{-1} die zu $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ inverse Matrix. Die Summe der Spalten von A^{-1} ist

(a) $\begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}$.

(c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

(d) $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

7. Welche Menge ist ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$?

(a) $\{(x, y, z) |\ x + y + z = 1\}$.

(b) $\{(x, y, z) |\ x^2 = y^2\}$.

(c) $\{(x, y, z) |\ x = y = z\}$.

(d) $\{(x, y, z) |\ x = y \text{ oder } x = z\}$.

8. Welcher Vektor ist eine Linearkombination von

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}?$$

(a) $\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$.

(c) $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$.

(d) $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

9. Welche der folgenden Aussagen bedeutet die lineare Unabhängigkeit der Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \cdots, \vec{v}_n$ eines Unterraumes V?

(a) Wenn $c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 0$, dann $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$.

(b) Es gibt $c_1, c_2, \cdots, c_n$ nicht alle Null mit $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$.

(c) $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$ für alle $c_1, c_2, \cdots, c_n \in \mathbb{R}$.

(d) $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \cdots + c_n\vec{v}_n = \vec{0}$, nur wenn $c_1 = c_2 = \cdots = c_n = 0$.

10. Welche ist eine Liste von linear unabhängigen Vektoren?

(a) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\1\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}$.

(c) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.

(d) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.