Dr. Ana Cannas

MC-Serie 11

Basis, Dimension und Rang

Einsendeschluss: 11. Dezember 2015, 16:00

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) Vier Vektoren in $\mathbb{R}^3$ sind nie linear unabhängig.

(b) Drei Vektoren in $\mathbb{R}^4$ können linear unabhängig sein oder nicht.

(c) Vier Vektoren in $\mathbb{R}^3$ sind immer ein Erzeugendensystem für $\mathbb{R}^3$.

(d) Drei Vektoren in $\mathbb{R}^4$ sind nie ein Erzeugendensystem für $\mathbb{R}^4$.

2. Gegeben sei das folgende Gleichungssystem

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & - & 5x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ -x_1 & + & 4x_2 & - & 7x_3 & - & x_4 & = & 0. \end{array}\right.$$

Die Lösungsmenge hat Dimension gleich

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

3. Der Nullraum der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hat Dimension gleich

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

4. Der Spaltenraum der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

hat Dimension gleich

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

5. Der Rang der Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

ist

(a) 1.

(b) 2.

(c) 3.

(d) 4.

6. Sei A eine $m \times n$ Matrix. Welche Aussage ist **nicht** äquivalent zu den anderen?

(a) $\text{Rang}(A) = n$.

(b) Das Gauss-Verfahren auf die Matrix A angewendet erreicht eine Stufenform mit n führenden Einsen.

(c) Die Spalten von A sind linear unabhängig.

(d) Der Nullraum von A ist $\mathbb{R}^n$.

7. Sei A eine *quadratische* $n \times n$ Matrix. Welche Aussage ist **nicht** äquivalent zu den anderen?

(a) $\det A = 0$.

(b) $\text{Rang}\, A \neq n$.

(c) Das System $A\vec{x} = \vec{0}$ besitzt unendlich viele Lösungen.

(d) Das System $A\vec{x} = \vec{b}$ besitzt unendlich viele Lösungen für alle $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$.

8. Sei A eine *quadratische* $n \times n$ Matrix. Welche Aussage ist **nicht** äquivalent zu den anderen?

(a) $\det A \neq 0$.

(b) Das System $A\vec{x} = \vec{b}$ ist eindeutig lösbar für jedes $\vec{b} \in \mathbb{R}^n$.

(c) $\text{Rang}\, A \neq 0$.

(d) Der Nullraum von A ist $\left\{\vec{0}\right\}$.

9. Sei A eine 4×3 Matrix mit Rang 2. Dann ist die Lösungsmenge der Gleichung $A\vec{x} = \vec{0}$

(a) leer.

(b) ein Punkt.

(c) eine Gerade.

(d) eine Ebene.

10. Sei A eine 3×4 Matrix mit Rang 2. Was ist die Dimension der Lösungsmenge der Gleichung $A\vec{x} = \vec{0}$?

(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.