

Einschätzung 29

Sind die folgenden LGS äquivalent?

LGS 1

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 10 \\ 3x + 3y = 15 \end{cases}$$

LGS2

$$-x - y = -5$$

a) Ja

b) Nein

Einschätzung 30

Welche der folgenden Matrizen ist in Stufenform?

a)
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Einschätzung 31

Was ist das Produkt

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ?$$

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 5 \\ 17 \end{pmatrix}$

Einschätzung 32

Seien A , B und C drei Matrizen mit

$$A B = A C \quad \text{und} \quad A \neq 0.$$

Behauptung: Dann gilt stets $B = C$.

a) Wahr

b) Falsch

Einschätzung 33

Welche ist die Inverse der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} ?$$

$$\text{a) } A^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Einschätzung 34

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$.

Was ist $\det A$?

a) $\det A = -21$

b) $\det A = 35$

Einschätzung 35

Sei A eine Matrix mit

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad A \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Dann ist

$$\text{a) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Einschätzung 36

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 0 \end{pmatrix} \quad \& \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Gegeben ist $\det A = 27$.

Was ist dann $\det B$?

a) 27

b) -27

Einschätzung 37

Welche Untermenge ist ein
Untervektorraum von \mathbb{R}^3 ?

a) $A = \{ (x, y, z) : x=y \text{ und } y=z \}$

b) $B = \{ (x, y, z) : x=y \text{ oder } y=z \}$

Einschätzung 38

"Es gibt fünf linear unabhängige Vektoren in \mathbb{R}^4 ."

a) Wahr

b) Falsch

Einschätzung 39

Wir berücksichtigen ein homogenes LGS mit 5 Gleichungen und 7 Variablen, wobei die Koeffizientenmatrix Rang 4 hat. Was ist die Dimension der Lösungsmenge?

a) 1

b) 3

Einschätzung 40

Wir berücksichtigen ein LGS mit erweiterter Koeffizientenmatrix:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & k & 3 \end{array} \right)$$

Für welches k ist dieses System unlösbar?

a) $k = 1$

b) $k = 2$

Hinweise auf die Lösungen

E29 a Ihre Lösungsmengen sind gleich: $(5-t, t)$, $t \in \mathbb{R}$

E30 b Alle Nullzeilen müssen unten stehen.

E31 b $(1, 2, 3) \cdot (3, 1, 0) = 5$ und $(4, 5, 6) \cdot (3, 1, 0) = 17$.

E32 b Bei der Matrixmultiplikation gibt es Nullteiler.

Z.B. sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 8 & 9 \end{pmatrix}$.

E33 a Formel für die Inverse einer 2×2 Matrix. $\det A = -1$.

E34 a Laplacesche Entwicklung nach der 3. Zeile.

Hinweise auf die Lösungen

- E35 a Die Spalten \vec{s}_1 und \vec{s}_2 von A^{-1} sind die Lösungen der Gleichungen $A\vec{s}_1 = \vec{e}_1$ und $A\vec{s}_2 = \vec{e}_2$.
- E36 a Man bekommt B aus A indem man zwei Zeilenvertauschungen durchführt.
- E37 a A ist die Gerade durch den Ursprung $\{(t, t, t) : t \in \mathbb{R}\}$. B ist die Vereinigung zweier Ebene; z.B. $\vec{u} = (1, 1, 0)$ und $\vec{v} = (0, 1, 1)$ sind in B, aber $\vec{u} + \vec{v} = (1, 2, 1)$ nicht.
- E38 b Da $\dim \mathbb{R}^4 = 4$, sind mehr als 4 Vektoren immer l.ab.
- E39 b $\dim N(A) = \# \text{Variablen} - \text{Rang} = 7 - 4 = 3$
- E40 a Wenn $k=1$ liefert das Gauss-Verfahren eine dritte Zeile von der Form $(0 \ 0 \ 0 \ | \ -2)$, die die widersprüchliche Gleichung $0 = -2$ darstellt.