

Einschätzung 41

Sei $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ein E-Vek einer Matrix A zum E-Wert $\lambda = -1$.

Was ist Av ?

a) $Av = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

b) $Av = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

Einschätzung 42

Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 6 & 0 \\ -4 & 2 & 8 \end{pmatrix}$.

Gegeben sind zwei E-Werte von A ,

$$\lambda_1 = 4 \quad \text{und} \quad \lambda_2 = 6.$$

Was ist der dritte E-Wert von A ?

a) $\lambda_3 = 2$

b) $\lambda_3 = 6$

Einschätzung 43

Ist die folgende Matrix diagonalisierbar?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Ja

b) Nein

Einschätzung 44

Sei A eine Matrix mit der Eigenschaft

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Was ist $A^4 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$?

a) $\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 16 \\ -16 \end{pmatrix}$

Einschätzung 45

Sei A eine Matrix mit der

Eigenschaft

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Was ist die Lösung des AWP

$$\dot{y} = A y \quad \& \quad y(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} ?$$

$$\text{a) } y = e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{b) } y = e^t \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Einschätzung 46

Sei $\begin{pmatrix} z(t) \\ h(t) \end{pmatrix}$ eine beliebige Lösung
des Glukose-im-Blut-Systems.

Ist es stets korrekt, dass

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} z(t) = 0 \quad ?$$

a) Ja

b) Nein

Einschätzung 47

Sei A eine reelle 2×2 Matrix und $f = e^{2it} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ eine komplexe Lösung

des Systems $\dot{y} = A y$. Welche ist eine reelle Lösung dieses Systems?

a) $\begin{pmatrix} \sin(2t) \\ \cos(2t) \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} \sin(2t) \\ -\cos(2t) \end{pmatrix}$

Einschätzung 48

Die Matrix $A = \begin{pmatrix} 33 & 1 \\ 0 & 33 \end{pmatrix}$ ist nicht diagonalisierbar und $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist ein E-Vek von A.

Welches ist ein entsprechender Hauptvektor?

a) $w = \begin{pmatrix} 0 \\ 33 \end{pmatrix}$

b) $w = \begin{pmatrix} 54 \\ 1 \end{pmatrix}$

Einschätzung 49

Sei $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

Die Eigenwerte λ_1 und λ_2 von A sind reell und haben...

- a) gleiche Vorzeichen.
- b) umgekehrte Vorzeichen.

Einschätzung 50

Wir berücksichtigen das System

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ wobei } A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Der Ursprung ist ein...

- a) stabiler Fixpunkt.
- b) instabiler Fixpunkt.

Hinweise auf die Lösungen

E41 b $Av = \lambda v = -v$

E42 b $\text{Sp } A = 2 + 6 + 8 = 16 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 4 + 6 + \lambda_3$

E43 b 2 ist der einzige E-Wert und die entsprechenden E-Vek sind alle proportional zu $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

E44 b Sei $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Aus $Av = 2v$ folgt, $A^4 v = 2^4 v = 16v$.

E45 a $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ist ein E-Vek zu E-Wert $\lambda = 2$.

Die Lösung des AWP ist $y(t) = e^{\lambda t} v$

Hinweise auf die Lösungen

- E46 a Die allg. Lösung dieses Systems enthält nur Exponentialfunktionen $e^{\lambda t}$ mit λ negativ, und somit $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{\lambda t} = 0$.
- E47 a $f = (\cos(2t) + i\sin(2t)) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2t) \\ -\sin(2t) \end{pmatrix} + i \begin{pmatrix} \sin(2t) \\ \cos(2t) \end{pmatrix}$
und $\text{Im}(f)$ ist eine reelle Lösung des Systems $\dot{y} = Ay$.
- E48 b $\lambda = 33$ ist der (doppelte) E-Wert von A .
Der Hauptvektor w muss $(A - 33E)w = v$ lösen.
- E49 b $\det A = -2 = \text{Produkt der E-Werte}$.
- E50 b Ein E-Wert ist positiv, deshalb gibt es Lösungen, die nach aussen hin grösser werden.