

MC-Serie 2

Kurven in der Ebene

Einsendeschluss: 11. März 2016, 16 Uhr (MEZ)

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Welche ist eine Parametrisierung der Ellipse

$$4x^2 + 9(y - 1)^2 = 36 \quad ?$$

- (a) $x = 3 \cos t, \quad y = 1 + 2 \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$
- (b) $x = 3 \cos t, \quad y = 2 + 2 \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$
- (c) $x = \frac{1}{2} \cos t, \quad y = 1 + \frac{1}{3} \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$
- (d) $x = \frac{1}{2} \cos t, \quad y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sin t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$

2. Drei der folgenden Parametrisierungen stellen die gleiche Kurve dar. Welche Parametrisierung stellt eine *andere* Kurve dar?

- (a) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2t \\ 4t^2 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 3].$
- (b) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 6].$
- (c) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t+1 \\ (t+1)^2 \end{pmatrix}, \quad t \in [-1, 5].$
- (d) $\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 3t \\ 3t^2 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2].$

3. Welche der folgenden Gleichungen erfüllt die Kurve mit der Parametrisierung

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos(t) - 1 \\ 3 \sin(t) + 4 \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi)?$$

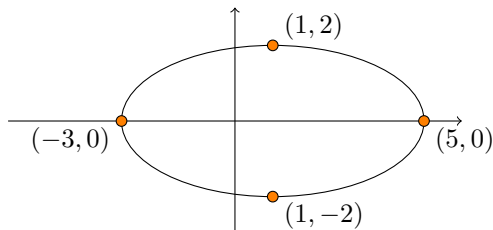
(a) $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{3}y + 4\right)^2 = 1.$

(b) $9(x + 1)^2 + 4(y - 4)^2 = 36.$

(c) $\frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{3}(y - 4)^2 = 1.$

(d) $(2x - 1)^2 + (3y + 4)^2 = 36.$

4. Welche ist eine Parametrisierung der folgenden Ellipse?



(a) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t - 1 \\ 2 \sin t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$

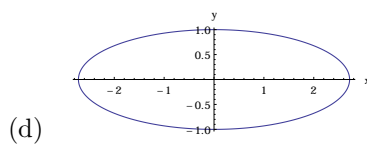
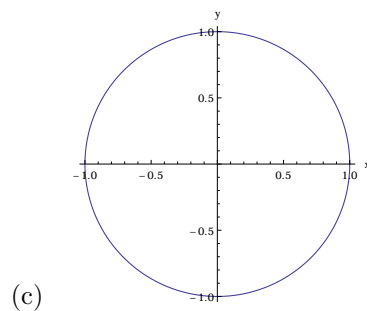
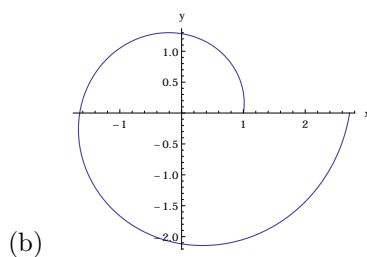
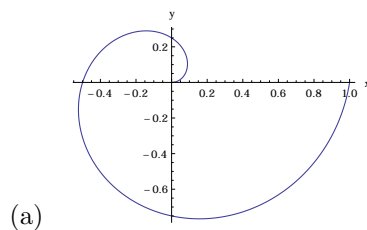
(b) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\cos t - 1}{2} \\ \frac{4 \sin t}{2} \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$

(c) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + 4 \cos t \\ 2 \sin t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$

(d) $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} + \cos t \\ \frac{1}{2} \sin t \end{pmatrix}, \quad t \in [0, 2\pi].$

5. Welches ist das Bild der Kurve mit der Parametrisierung

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \cos(2\pi t) \\ t \sin(2\pi t) \end{pmatrix}, t \in [0, 1]?$$



6. Welche Gleichung stellt den Kreis mit Mittelpunkt $(2, 3)$ und Radius 5 dar?

- (a) $x^2 - 2x + y^2 - 3y - 5 = 0.$
- (b) $x^2 - 2x + y^2 - 3y - 25 = 0.$
- (c) $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 8 = 0.$
- (d) $x^2 - 4x + y^2 - 6y - 12 = 0.$

7. Welche ist die Gleichung der Tangente an die Kurve

$$x = 3 \sin t, \quad y = -\cos t, \quad 0 \leq t \leq \pi$$

in dem Punkt, der dem Parameterwert $t = \frac{\pi}{4}$ entspricht?

- (a) $y = \frac{1}{3}x - \sqrt{2}$.
- (b) $y = \frac{1}{3}x + \sqrt{2}$.
- (c) $y = -3x - 4\sqrt{2}$.
- (d) $y = -3x + 4\sqrt{2}$.

8. Die Bahn eines bewegten Massenpunktes sei durch

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 - 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

beschrieben, wobei die Zeit t als Parameter gewählt wurde. Dann ist der Geschwindigkeitsvektor dieses Massenpunktes zur Zeit $t = 2$ gleich

- (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.
- (b) $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$.
- (c) $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$.
- (d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

9. Was ist die Bogenlänge der Kurve

$$x = \cos t, \quad y = t + \sin t, \quad 0 \leq t \leq \pi, \quad ?$$

- (a) 1.
- (b) 2.
- (c) 3.
- (d) 4.

10. Welche der folgenden Kurven ist die längste?

- (a) Der Graph der Funktion $g_1: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 6x$.
- (b) Der Graph der Funktion $g_2: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x^2$.
- (c) Der Graph der Funktion $g_3: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x^3$.
- (d) Der Graph der Funktion $g_4: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^4$.