

MC-Serie 4

Partielle Ableitungen

Einsendeschluss: 24. März 2016, 16 Uhr (MEZ)

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

1. Welche der folgenden Funktionen ist auf ganz \mathbb{R}^2 definiert?

- (a) $f(x, y) = \frac{x^2 + y}{x + y}$.
- (b) $g(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y^2}$.
- (c) $\varphi(x, y) = \sqrt{x + \ln y^2}$.
- (d) $\psi(x, y) = \tan(x + y)$.

2. Die Niveaukurven der Funktion $f(x, y) = x^2 + 9y^2$ sind

- (a) Geraden.
- (b) Ellipsen.
- (c) Parabeln.
- (d) Hyperbeln.

3. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine beliebige Funktion.

Welche der folgenden Aussagen über die Niveaulinien von f ist korrekt?

- (a) Eine Niveaulinie kann sich nie selbst schneiden.
- (b) Jeder Punkt liegt auf genau einer Niveaulinie.
- (c) Jede Niveaulinie geht durch genau einen Punkt.
- (d) Keine der obigen Aussagen.

4. Die Schnittkurven der Form $x = \text{const.}$ der Funktion $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2$ sind

- (a) Geraden.
- (b) Ellipsen.
- (c) Parabeln.
- (d) Hyperbeln.

5. Die Niveauflächen der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z,$$

sind

- (a) Ebenen.
- (b) Paraboloiden.
- (c) Kegel.
- (d) Sphären.

6. Sei $f(x, y) = x \sin(xy)$. Die partielle Ableitung von f nach x ist

- (a) $\cos(xy) - xy \sin(xy)$.
- (b) $y \cos(xy)$.
- (c) $-x \cos(xy)$.
- (d) $xy \cos(xy) + \sin(xy)$.

7. Welche der folgenden Funktionen ist **keine** Lösung der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad ?$$

- (a) $w = \sin(x + ct)$.
- (b) $w = \cos(2x + 2ct)$.
- (c) $w = \sin(x + 2ct)$.
- (d) $w = \sin(x + ct) + \cos(2x + 2ct)$.

8. Sei $f(x, y) = (\cos(x))^y$. Dann gilt für die partiellen Ableitungen von f

- (a) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = -y \tan(x)(\cos(x))^y \sin(x)$ und $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = (-\sin(x))^y$.
- (b) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = -y \tan(x)(\cos(x))^y$ und $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = \ln(\cos(x))(\cos(x))^y$.
- (c) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \ln(\cos(x))(\cos(x))^y$ und $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = -y(\cos(x))^{y-1} \sin(x)$.
- (d) Keine der obigen Gleichungen.

9. Sei $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Dann ist f_{yy} gleich

- (a) $\frac{y}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}$.
- (b) $\frac{x}{(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}}$.
- (c) $\frac{x^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$.
- (d) $\frac{y^2}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$.

10. Sei $f(x, y)$ dreimal stetig differenzierbar. Betrachten Sie die partiellen Ableitungen dritter Ordnung. Diese sind höchstens

- (a) 4 verschiedene Funktionen.
- (b) 6 verschiedene Funktionen.
- (c) 8 verschiedene Funktionen.
- (d) 9 verschiedene Funktionen.