D-ERDW, D-HEST, D-USYS Mathematik II FS 16
Dr. Ana Cannas

MC-Serie 6

Partielle Ableitungen

Einsendeschluss: 15. April 2016, 16 Uhr (MEZ)

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Die kritischen Punkte der Funktion

$$f(x,y) = x^3y - 12xy + 4y^2$$

sind

(a) $(-2,2), (0,0), (2,-2), (0,\sqrt{12}), (0,-\sqrt{12})$.

(b) $(-2,-2), (0,0), (2,2), (\sqrt{12},0), (-\sqrt{12},0)$.

(c) $(-2,-2), (0,0), (2,2), (0,\sqrt{12}), (0,-\sqrt{12})$.

(d) $(-2,2), (0,0), (2,-2), (\sqrt{12},0), (-\sqrt{12},0)$.

2. Sei $f(x,y)$ eine Funktion mit

$$f_x(x,y) = 9x^2 - 9 \quad \text{und} \quad f_y = 4 - y^2.$$

Welche Aussage ist **falsch**?

(a) f hat in $(1,2)$ einen Sattelpunkt.

(b) f hat in $(1,-2)$ ein lokales Minimum.

(c) f hat in $(-1,2)$ ein lokales Minimum.

(d) f hat in $(-1,-2)$ einen Sattelpunkt.

3. Wir betrachten die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = x^2 + y^2 + 6\,x\,y.$$

Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) Die Funktion f hat ihren einzigen kritischen Punkt im Ursprung.

(b) Es gelten $f_{xx}(0,0) > 0$ und $f_{yy}(0,0) > 0$. Die Einschränkungen von f auf die x- und y-Achse nehmen im Ursprung also ein lokales Minimum an.

(c) Die Funktion f nimmt im Ursprung ein lokales Minimum an.

(d) Die Funktion f nimmt kein lokales Minimum an.

4. Wir betrachten die Funktion

$$f : D \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto x^2 y(4 - x - y),$$

auf dem durch die Geraden $x = 0$, $y = 0$ und $x + y = 6$ begrenzten Dreieck D. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) Die Funktion f nimmt ihren kleinsten Wert auf dem Rand von D an.

(b) Die Funktion f nimmt ihren grössten Wert auf dem Rand von D an.

(c) Die Funktion f ist auf dem Definitionsbereich D überall $< \sqrt{17}$.

(d) Das Verhältnis von grösstem und kleinstem Funktionswert der Funktion f auf dem gesamten Definitionsbereich D ist $< -\frac{1}{17}$.

5. Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{D} \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = x^3 + 2x^2 - (3x+2)y^2, \qquad \mathbb{D} = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) Die Funktion f hat ihren einzigen kritischen Punkt im Ursprung.

(b) Die Funktion f besitzt im Ursprung einen Sattelpunkt.

(c) Die Funktion f nimmt im Ursprung ein lokales Extremum an.

(d) Die Funktion f nimmt ein globales Extremum an.

6. Sei $f(x, y) : G \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar, wobei $G \subset \mathbb{R}^2$ der Definitionsbereich von f ist. Sei (x_0, y_0) ein kritischer Punkt von f, d.h. es gilt $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$. Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

(a) $f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - f_{xy}^2(x_0, y_0) < 0$ und $f_{xx}(x_0, y_0) > 0$
$\Rightarrow f$ hat einen Sattelpunkt in (x_0, y_0).

(b) $f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - f_{xy}^2(x_0, y_0) > 0$
$\Rightarrow f$ hat einen Sattelpunkt in (x_0, y_0).

(c) $f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - f_{xy}^2(x_0, y_0) > 0$ und $f_{xx}(x_0, y_0) > 0$
$\Rightarrow f$ hat ein lokales Minimum in (x_0, y_0).

(d) $f_{xx}(x_0, y_0)f_{yy}(x_0, y_0) - f_{xy}^2(x_0, y_0) > 0$ und $f_{xx}(x_0, y_0) < 0$
$\Rightarrow f$ hat ein lokales Maximum in (x_0, y_0).

7. Der Wert des Doppelintegrals

$$\int_0^{\frac{4}{\pi}} \int_0^{\pi} 5\,(xy + \pi \sin(x))\,dx\,dy$$

ist

(a) -60.

(b) -15.

(c) 15.

(d) 60.

8. Welches der folgenden Integrale ist **nicht** gleich den anderen?

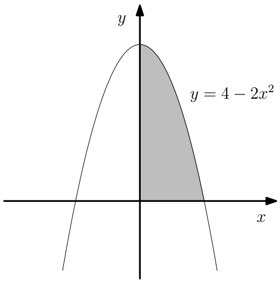
(a) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^x x\,dy\,dx.$

(b) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^y x\,dx\,dy.$

(c) $\displaystyle\int_0^1 \int_0^y y\,dx\,dy.$

(d) $\displaystyle\int_0^1 \int_y^1 x\,dx\,dy.$

9. Was ist der Flächeninhalt des Gebietes unter der Kurve $y = 4 - 2x^2$ im 1. Quadranten?



(a) $\frac{8}{3}\sqrt{2}$.

(b) $4\sqrt{2}$.

(c) $\frac{16}{3}\sqrt{2}$.

(d) $8\sqrt{2}$.

10. Was ist der Flächeninhalt des von den Geraden $y = 2x$, $y = \frac{x}{2}$ und $y = 3 - x$ begrenzten Gebietes?

(a) 1.

(b) $\frac{3}{2}$.

(c) 2.

(d) $\frac{5}{2}$.