MC-Serie 8

Kurvenintegrale

Einsendeschluss: 29. April 2016, 16 Uhr (MEZ)

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Die Arbeit A eines Vektorfeldes $\vec{F}$ längs des Geradenstücks von $(1,0,0)$ nach $(-1,-1,-1)$ sei 5. Welches Resultat erhält man, wenn man die Arbeit B von $\vec{F}$ längs des Geradenstücks von $(-1,-1,-1)$ nach $(1,0,0)$ berechnet?

(a) Die Arbeit B beträgt ebenfalls 5.

(b) Die Arbeit B beträgt 0.

(c) Die Arbeit B beträgt -5.

(d) Die Arbeit B lässt sich aus den Angaben nicht berechnen.

2. Was ist die Masse des geradlinigen Filaments von $(0,0,0)$ nach $(1,2,3)$ und mit der Dichtefunktion $\delta(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{14}}(y+1)$?

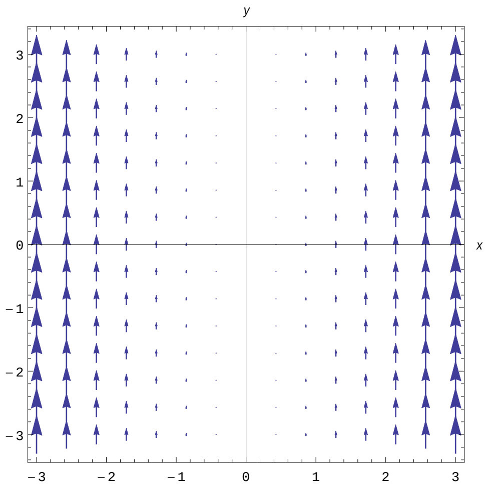
(a) 0.

(b) 1.

(c) 2.

(d) 3.

3. Welches Vektorfeld passt zu dieser Zeichnung?



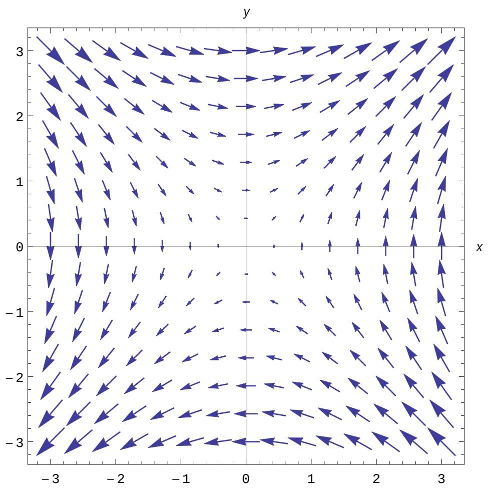
(a) $\mathbf{F} = (0, x^2)$.

(b) $\mathbf{F} = (x - y, x)$.

(c) $\mathbf{F} = (2x, -y)$.

(d) $\mathbf{F} = (y, x)$.

4. Welches Vektorfeld passt zu dieser Zeichnung?



(a) $\mathbf{F} = (0, x^2)$.

(b) $\mathbf{F} = (x - y, x)$.

(c) $\mathbf{F} = (2x, -y)$.

(d) $\mathbf{F} = (y, x)$.

5. Das Vektorfeld $\vec{F} = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}(y, x)$ ...

(a) ... ist konstant in Länge und Richtung auf dem Einheitskreis.

(b) ... ist konstant in Länge aber nicht in Richtung auf dem Einheitskreis.

(c) ... ist konstant in Richtung aber nicht in Länge auf dem Einheitskreis.

(d) ... ist weder konstant in Länge noch in Richtung auf dem Einheitskreis.

6. Das Vektorfeld $\mathbf{F} = (y, x)$ hat ...

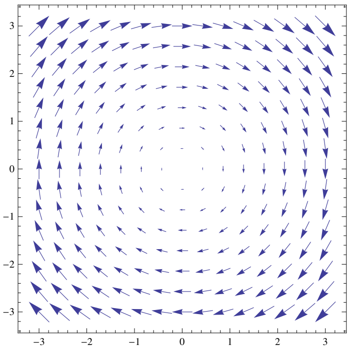
(a) ... keine Zirkulation entlang und Fluss Null durch den Einheitskreis.

(b) ... keine Zirkulation entlang aber Fluss $\neq 0$ durch den Einheitskreis.

(c) ... keinen Fluss durch aber Zirkulation $\neq 0$ entlang des Einheitskreises.

(d) ... sowohl Zirkulation $\neq 0$ entlang als auch Fluss $\neq 0$ durch den Einheitskreis.

7. Es sei $\vec{F}$ das in folgender Abbildung dargestellte Vektorfeld:



Ferner seien

- C_1 die gerade Verbindungsstrecke von $(-3,-3)$ nach $(-3,3)$ und
- C_2 der entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufene Kreis vom Radius 2 um den Koordinatenursprung.

Dann gilt:

(a) Beide Integrale $\int\limits_{C_1} \vec{F} \cdot \vec{dr}$, $\int\limits_{C_2} \vec{F} \cdot \vec{dr}$ sind positiv.

(b) Beide Integrale $\int\limits_{C_1} \vec{F} \cdot \vec{dr}$, $\int\limits_{C_2} \vec{F} \cdot \vec{dr}$ sind negativ.

(c) Das Integral $\int\limits_{C_1} \vec{F} \cdot \vec{dr}$ ist positiv, das Integral $\int\limits_{C_2} \vec{F} \cdot \vec{dr}$ ist negativ.

(d) Das Integral $\int\limits_{C_1} \vec{F} \cdot \vec{dr}$ ist negativ, das Integral $\int\limits_{C_2} \vec{F} \cdot \vec{dr}$ ist positiv.

8. Wie lautet der Gradient der Funktion $f:\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x,y) \mapsto xy$?

(a) $\nabla f(x,y) = x + y$

(b) $\nabla f(x,y) = y - x$

(c) $\nabla f(x,y) = (x,y)^T$

(d) $\nabla f(x,y) = (y,x)^T$

9. Betrachte das Vektorfeld $\vec{F}(x,y) = (3x^2, 1)^\top$ und die Skalarfelder

$$\phi_1(x,y) = x^3 + y \quad \text{und} \quad \phi_2(x,y) = y + x^3 + 100.$$

Dann gilt

(a) ϕ_1 und ϕ_2 sind beide Skalarpotentiale für $\vec{F}$.

(b) ϕ_1 ist ein Skalarpotential für $\vec{F}$ aber ϕ_2 ist keines.

(c) ϕ_2 ist ein Skalarpotential für $\vec{F}$ aber ϕ_1 ist keines.

(d) weder ϕ_1 noch ϕ_2 sind Skalarpotentiale für $\vec{F}$.

10. Sei $\vec{F} = \nabla f$, wobei $f(x,y,z) = e^{y^2+z}\cos(xz)$. Was ist die verrichtete Arbeit von $\vec{F}$ bei der Bewegung eines Teilchens entlang der Schraubenlinie

$$\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)\,, \quad 0 \leq t \leq 2\pi \quad ?$$

(a) $e^{2\pi} + 1$.

(b) $e^{2\pi} - 1$.

(c) $-e^{2\pi} + 1$.

(d) $-e^{2\pi} - 1$.