MC-Serie 12

Einsendeschluss: 27. Mai 2016, 16 Uhr (MEZ)

Bei allen Aufgaben ist genau eine Antwort richtig. Sie dürfen während des Lösens des Tests eine Formelsammlung verwenden.

---

1. Welches ist der konstante Koeffizient $\frac{a_0}{2}$ in der Fourier-Reihe von

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < 2\pi \end{cases} \quad ?$$

(a) $\dfrac{1}{4}$.

(b) $\dfrac{1}{2}$.

(c) 1.

(d) 2.

2. Welches ist der Koeffizient von $\cos(3x)$ in der Fourierreihe von

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < 2\pi \end{cases} \quad ?$$

(a) $-\dfrac{1}{6\pi}$.

(b) $\dfrac{1}{6\pi}$.

(c) $-\dfrac{1}{3\pi}$.

(d) $\dfrac{1}{3\pi}$.

3. Was ist das Konvergenzverhalten der Fourier-Reihe der 1-periodischen Funktion bestimmt durch

$$f(x) = x, \quad 0 \le x < 1$$

im Punkt $x = 1$?

(a) Die Fourierreihe konvergiert gegen 0.

(b) Die Fourierreihe konvergiert gegen $\frac{1}{2}$.

(c) Die Fourierreihe konvergiert gegen 1.

(d) Die Fourierreihe divergiert.

4. Seien $f(x)$ und $F(x)$ zwei T-periodische Funktionen, a_n, b_n die Fourierkoeffizienten von $f(x)$ und A_n, B_n die Fourierkoeffizienten von $F(x)$. Welche sind die Fourierkoeffizienten der Summe $f(x) + F(x)$?

(a) $a_n + A_n$, $b_n + B_n$

(b) $a_n A_n$, $b_n B_n$

(c) $a_n B_n + b_n A_n$, $a_n B_n - b_n A_n$

(d) $a_n B_n - b_n A_n$, $a_n B_n + b_n A_n$

5. Seien a_0, a_n, b_n $(n \ge 1)$ die Fourierkoeffizienten einer T-periodischen Funktion $f(x)$ und sei c eine reelle Konstante. Welche sind die Fourierkoeffizienten des Produkts $cf(x)$?

(a) $a_0 + c$, a_n, b_n

(b) $a_0 + 2c$, a_n, b_n

(c) ca_0, ca_n, cb_n

(d) $2ca_0$, ca_n, cb_n

6. Die auf dem Intervall $(-\pi, \pi]$ durch

$$f(x) = x + \pi$$

definierte Funktion wird periodische auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt. Welche Aussage gilt für ihre Fourierreihe?

(a) $a_0 \neq 0$ und es kommen keine Cosinusfunktionen vor.

(b) $a_0 = 0$ und es kommen keine Cosinusfunktionen vor.

(c) Es kommen keine Sinusfunktionen vor.

(d) Es treten sowohl Sinus- als auch Cosinusfunktionen auf.

7. Die auf dem Intervall $(-\pi, \pi]$ durch

$$f(x) = x^2 \sin(x) \cos(x)$$

definierte Funktion wird periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt. Welche Aussage gilt für ihre Fourierreihe?

(a) $a_0 \neq 0$ und es kommen keine Cosinusfunktionen vor.

(b) $a_0 = 0$ und es kommen keine Cosinusfunktionen vor.

(c) Es kommen keine Sinusfunktionen vor.

(d) Es treten sowohl Sinus- als auch Cosinusfunktionen auf.

8. Die auf dem Intervall $(-\pi, \pi]$ durch

$$f(x) = x(x + \pi)$$

definierte Funktion wird periodisch auf ganz $\mathbb{R}$ fortgesetzt. Welche Aussage gilt für ihre Fourierreihe?

(a) $a_0 \neq 0$ und es kommen keine Cosinusfunktionen vor.

(b) $a_0 = 0$ und es kommen keine Cosinusfunktionen vor.

(c) Es kommen keine Sinusfunktionen vor.

(d) Es treten sowohl Sinus- als auch Cosinusfunktionen auf.

9. Die Fourier-Reihe der 2π-periodischen Funktion

$$f(x) = x, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

ist

(a) $1 + \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{4}{n+1} \cos(nx) + (-1)^{(n+1)} \frac{2}{n} \sin(nx).$

(b) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{4}{n+1} \cos(nx) + (-1)^{(n+1)} \frac{2}{n} \sin(nx).$

(c) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{4}{n+1} \cos(nx).$

(d) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{(n+1)} \frac{2}{n} \sin(nx).$

10. Die Fourier-Reihe der 2π-periodischen Funktion

$$f(x) = |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

ist

(a) $\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos((2n+1)x).$

(b) $\frac{\pi}{2} - (4\pi) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n^2} \sin(nx).$

(c) $\frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{4\pi}{n^2} \sin(nx) + \frac{4}{\pi(2n+1)^2} \cos((2n+1)x) \right).$

(d) $\frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{4}{\pi(2n+1)^2} \sin((2n+1)x) + \frac{4\pi}{n^2} \cos(nx) \right).$