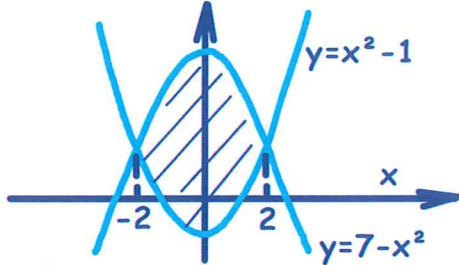


Bsp Was ist das Integral von  $f(x,y) = 2xe^y - 1$  über dem von den Parabeln

$y = x^2 - 1$  und  $y = 7 - x^2$  begrenzten Gebiet  $A$ ?



$$\iint_A f(x,y) dA \stackrel{\text{I}}{=} \int_{-2}^2 \int_{x^2-1}^{7-x^2} (2xe^y - 1) dy dx$$

$$= \dots = -\frac{64}{3}$$

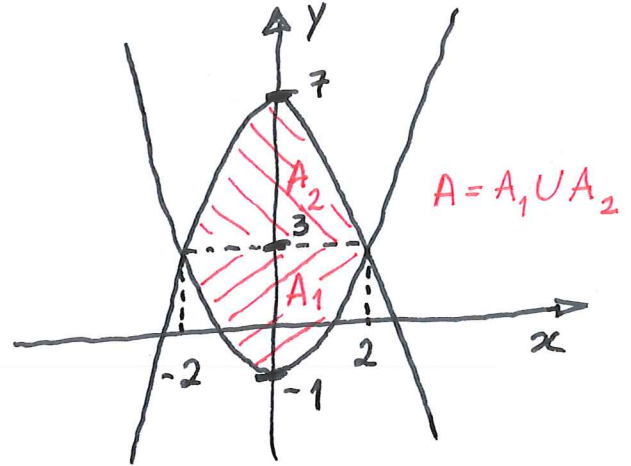
Bmk Da  $2xe^y$  ungerade bzgl.  $x \rightarrow -x$  ist und das Gebiet symmetrisch bzgl.  $x \rightarrow -x$ , verschwindet das Integral von  $2xe^y$ .

Schnittpunkte der Parabeln:

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 - 1 \\ y = 7 - x^2 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 - 1 = 7 - x^2$$

d.h.  $2x^2 = 8$   
d.h.  $x = \pm 2$

Dann gilt  $y = x^2 - 1 = 3$ .



Integration über  $A$  mit der anderen Reihenfolge:

$$A = A_1 \cup A_2$$

- In dem Teilgebiet  $A_1$  gilt  $-1 \leq y \leq 3$  und die Grenzen für  $x$  sind durch die Parabel  $y = x^2 - 1$  gegeben.
- In dem Teilgebiet  $A_2$  gilt  $3 \leq y \leq 7$  und die Grenzen für  $x$  sind durch die Parabel  $y = 7 - x^2$  gegeben.

$$\iint_A f(x,y) dA = \underbrace{\int_{-1}^3 \int_{-\sqrt{y+1}}^{\sqrt{y+1}} f(x,y) dx dy}_{\iint_{A_1} f(x,y) dA} + \underbrace{\int_3^7 \int_{-\sqrt{7-y}}^{\sqrt{7-y}} f(x,y) dx dy}_{\iint_{A_2} f(x,y) dA}$$