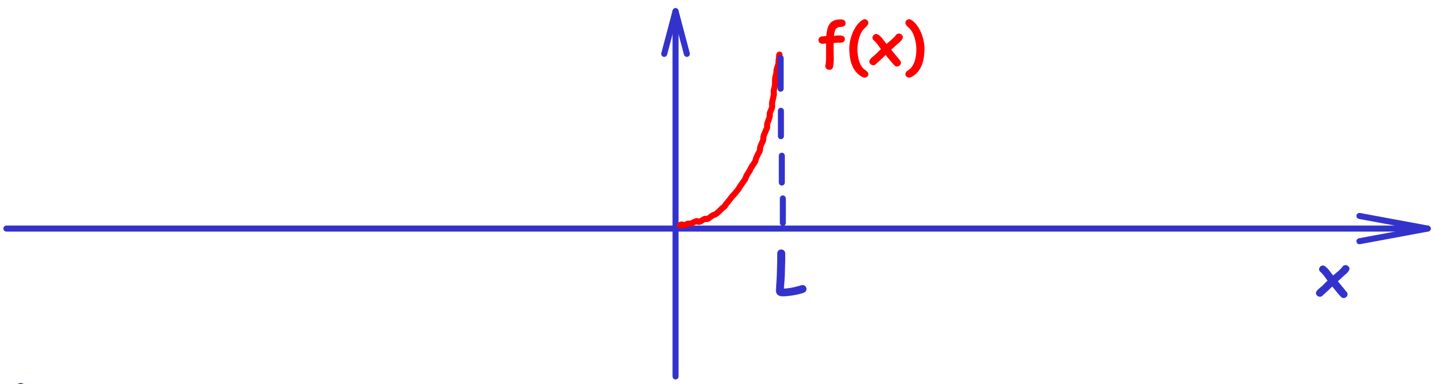
Fourier- vs. Cosinus- vs. Sinus-Reihen

Eine beliebige (stückweise stetig differenzierbare) Funktion f(x) für x im Intervall [0,L] definiert



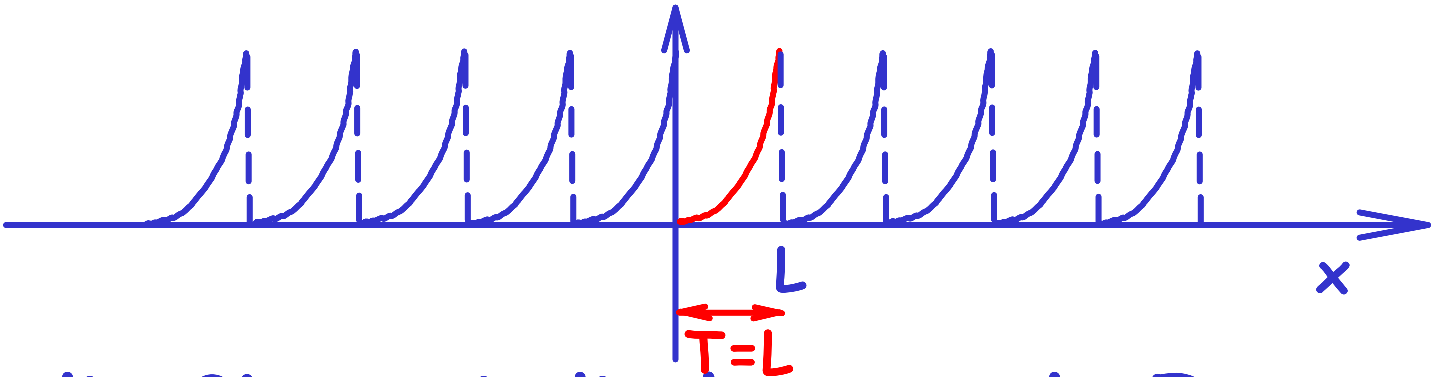
besitzt:

a) eine Fourier-Reihe,
b) eine Cosinus-Reihe und
c) eine Sinus-Reihe.

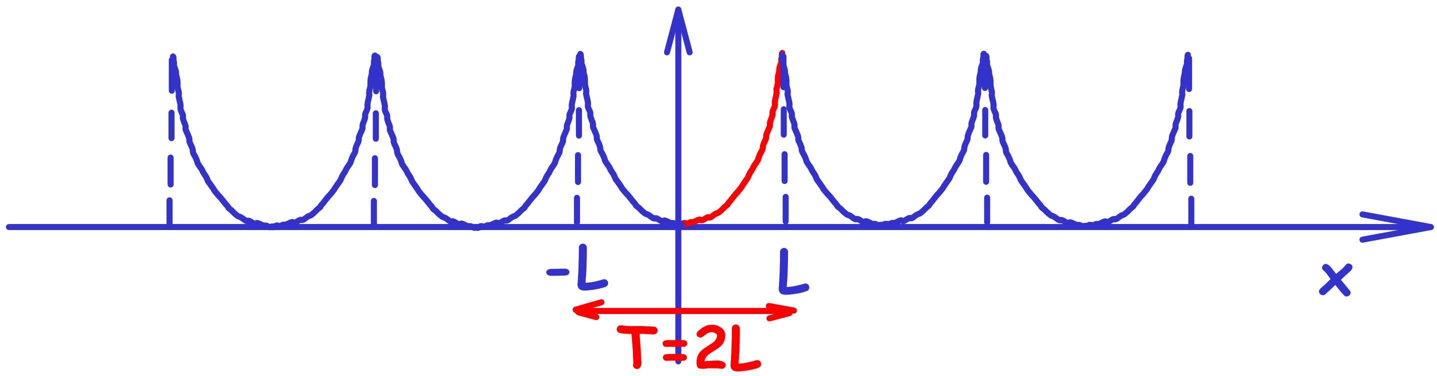
Diese Reihen sind die Fourier-Entwicklungen von verschiedenen geeigneten periodischen Fortsetzungen von f, nämlich:

Diese Reihen stellen jeweils die folgenden Funktionen auf $\mathbb{R}$ dar:

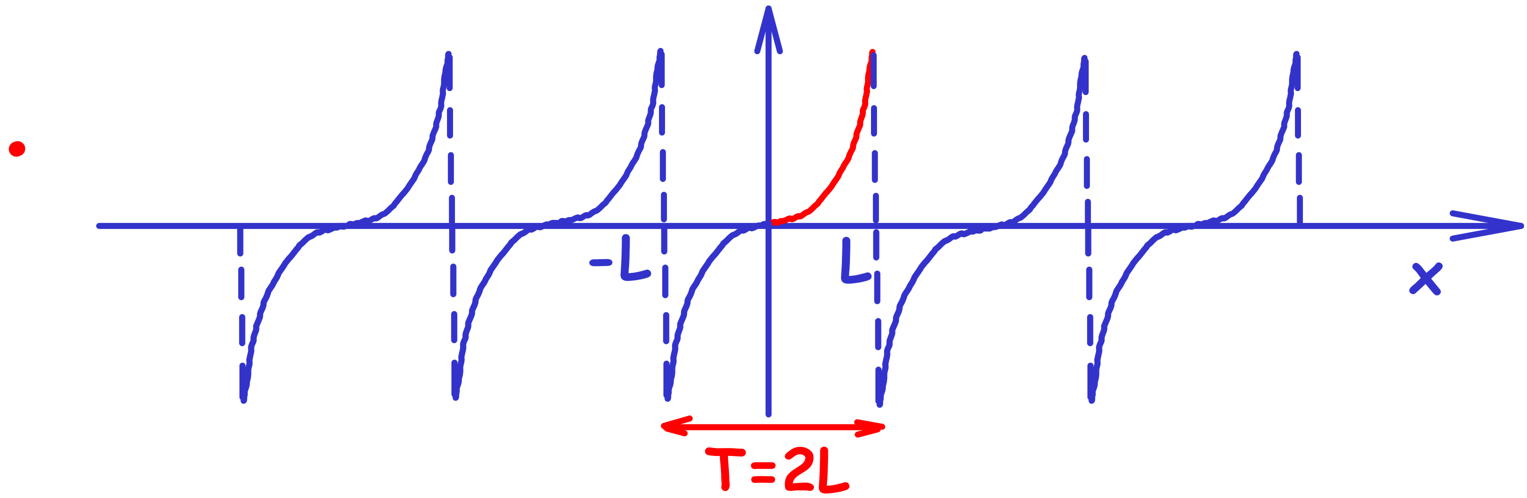
a) die L-periodische Forts. von f,



b) die 2L-periodische gerade Forts. von f und



c) die 2L-periodische ungerade Fortsetzung von f.



FOURIER-REIHE

a) Die Fourier-Reihe von $f(x)$, $0<x<L$ ist

$$\boxed{\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\cos\frac{2n\pi x}{L}+b_n\sin\frac{2n\pi x}{L}\right)}$$

wobei die Koeffizienten a_n und b_n besitzen die Formeln:

$$a_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\frac{2n\pi x}{L}\,dx \quad \text{für } n=0,1,2,3,\ldots$$

$$b_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\frac{2n\pi x}{L}\,dx \quad \text{für } n=1,2,3,\ldots$$

COSINUS-REIHE

b) Die Cosinus-Reihe von f(x) ist

$$\boxed{\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{L}}$$

wobei die Koeffizienten a_n sind

$$\boxed{a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L}\, dx, \quad n=0,1,2,\ldots}$$

SINUS-REIHE

c) Die Sinus-Reihe von f(x) ist

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{L}}$$

wobei die Koeffizienten b_n sind

$$\boxed{b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L}\, dx, \quad n=1,2,3,\ldots}$$