
AUTOGRAPHIE

Komplexe Analysis,
Fourier- und Laplace-
Transformation
für Elektroingenieure

CHRISTIAN BLATTER

Inhaltsverzeichnis

1	Komplexe Funktionen	1
1.1	Komplexe Zahlen, erneut	1
1.2	Die Riemannsche Zahlenkugel	6
1.3	Komplexwertige Funktionen	10
1.4	Einige elementare Funktionen	18
2	Analytische Funktionen	33
2.1	Ableitung nach einer komplexen Variablen	33
2.2	Begriff der analytischen Funktion	36
2.3	Die CR-Differentialgleichungen	39
2.4	Winkeltreue	47
2.5	Konforme Abbildungen von Gebieten	52
3	Der Satz von Cauchy I	59
3.1	Komplexe Linienintegrale	59
3.2	Der Satz von Cauchy für konvexe Gebiete	67
3.3	Anwendungen der Integralformel	79
4	Der Satz von Cauchy, II	91
4.1	Die allgemeine Integralformel	91
4.2	Der allgemeine Satz von Cauchy	95
4.3	Laurent-Entwicklung	98
4.4	Isolierte Singularitäten	103
4.5	Der Residuensatz	110
5	Fourier-Reihen	125
5.1	Definitionen	126
5.2	Beispiele	132
5.3	Theoretische Ergänzungen	142

6	Fourier-Transformation	149
6.1	Faltung	49
6.2	FT: Definition und Grundeigenschaften	156
6.3	Die Umkehrformel	161
6.4	Bandbegrenzte Signale	164
7	Diskrete und schnelle FT	169
7.1	Algebra	169
7.2	Diskretisierung	173
7.3	Schnelle Fourier-Transformation	178
8	Laplace-Transformation	185
8.1	Basics	185
8.2	Rechenregeln und Beispiele	191
8.3	Differentialgleichungen	195
8.4	Die Übertragungsfunktion	203
8.5	Inversion	210
	Symbole und Bezeichnungen	219
	Sachverzeichnis	221

Symbole und Bezeichnungen

\mathbb{C} 1, \mathbb{C}^* 2	sinc 106
$\bar{z}, z $ 3	$\mathcal{M}(\Omega)$ 108
Re, Im 3	$\text{res}(f \mid a)$ 111
\arg 4, Arg 5	T_h 125
\mathbb{C}^{-*} 5	\mathbf{e}_ω 125
$\bar{\mathbb{R}}, \bar{\mathbb{C}}$ 6	$\langle f, g \rangle$ 128
S^2 7	$\ f\ $ 129
$\sigma: \bar{\mathbb{C}} \rightarrow S^2$ 7	\hat{f} 130
T_c, S_a 9	s_N 132
$D, \partial D$ 15	$\zeta(s)$ 137
$\mathbb{C}.z$ 17	$J(t)$ 137
wrz_n 23	D_N 144
$\text{pv } \sqrt[n]{\cdot}$ 24	\tilde{s}_N, \tilde{D}_N 145
\exp 24	$a * b, f * g$ 150
\log 26, Log 27	\int 150
$\text{pv } a^z$ 28	1_A 151
$\Delta f, \nu(\Delta z)$ 34	$[N]$ 170
$\mathcal{O}(\Omega)$ 36	\mathbf{y} 170
D_ρ 38	χ_n, X 170
$b_\alpha(z)$ 39	w, w_N 171
J_f 44	\mathbf{W}, \mathbf{W}_N 172
P 54, H 55	\sum' 176
\int_γ 62	\mathbf{z}^\triangleleft 179
$-\gamma$ 64	\mathbf{B}, \mathbf{B}_N 180
$a(\gamma), e(\gamma)$ 65	\mathbf{x}^b 183
sp 65	E 186
$\sigma(a, b)$ 66	α_f 186
$\mathcal{Z}(\Omega)$ 67, $\mathcal{Z}_0(\Omega)$ 92	$\mathcal{L}f$ 187
$n(\gamma, a)$ 68	$\circ \bullet$ 188
$\mathcal{L}\Omega$ 91	H 189
∂G 94	q_ε 206

Sachverzeichnis

- Abbildung 10, 11
- abgeschlossene komplexe Ebene 6
- abgeschlossene reelle Achse 6
- absoluter Betrag 3
- Abtast-Theorem 166
- Aliasing 168
- allgemeine Integralformel 92
- allgemeiner Satz von Cauchy 95
- analytisch 17
- Anfangspunkt 14, 65
- Argument 3
- Aussengebiet 78

- B*-Spline 152
- bandbegrenzt 166, 175
- Besselsche Funktion 214
- Bildbereich 188
- Bildfunktion 188
- Bildpunkt 10
- bit reversal* 181

- Cauchy-Riemannsche
 - Differentialgleichungen 18, 41
- charakteristische Funktion 151

- darstellen (Reihe) 127
- Deltastoss 206
- DFT 169
- Dirichletscher Kern 144
- Doetsch-Symbol 188
- dreifach transitiv 31

- Einschwingvorgang 186
- Eindeutigkeitssatz (Laurent-
 - Entwicklung) 100
- einfach geschlossen 78
- einfach zusammenhängend 95
- einfacher Pol 104
- eingeschnittene Ebene 5
- Einheitsball 15
- Einheitskreis 15
- Einschaltvorgang 186
- Endpunkt 14, 65
- erzeugender Zyklus 97
- Evau 186
- Exponentialfunktion 24

- Faltungprodukt 150
- Faltungssatz 160, 203
- FFT 178
- Formel von Parseval-
 - Plancherel 163
- Fourier-Bereich 156
 - -Koeffizienten 173
 - -Reihe 130
 - -Transformierte 130, 156
- Frequenzbereich 156
- Frequenzvariable 156
- Funktion 10, 11
- Funktionaldeterminante 44
- Funktionalmatrix 44
- Funktionskörper 108
- Funktionswert 10

- ganz-analytisch 36
- ganze Funktion 36
- Gebiet 17
- geschlossen (Kurve) 65
- Gibbssches Phänomen 141
- Gitterweite 164
- glatter Bogen 65
- Grad 126

- Hauptteil 105
 Hauptwert des Arguments 6
 — des Logarithmus 27
 — der n -ten Wurzel 24
 — von a^z 28
 Heavisidesche Sprungfunktion 189
 hebbare Singularität 104
 Hebbarkeitssatz 83
 holomorph 17, 36
- imaginäre Achse 1
 Innengebiet 78
 integrabel 150
 Integral 60, 66
 Integralformel von Cauchy 77, 92
 isolierte Singularität 103
- Jacobische Determinante 44
 Jordanbereich 78
 Jordankurve 78
 Joukowski-Funktion 56
- Kette 65
 Knackpunkt 154
 Komplement 91
 komplexe Ableitung 33
 komplex analytisch 36
 komplex differenzierbar 33
 komplexe Funktion 17
 komplexes Skalarfeld 17
 komplexe Umkehrformel 210
 komplexe Zahl 1
 Komponente 91
 konfokal 56
 konform 50
 konforme Abbildung 52
 konform äquivalent 52
 konjugiert komplex 3
 konvergent gegen ∞ 7
- konvex 71
 Korrespondenz 188
 kreistreu 31
 Kurve 65
- Laplace-Transformierte 187
 Laurent-Entwicklung 99
 Linienintegral 62
 Logarithmus 26
 LT 185
- Möbiustransformation 29
 Maximumprinzip 80
 meromorph 108
 Mittelwerts-Eigenschaft 80
 modulo 91
- Norm 128
 nullhomolog 91
- Ordnung 104
 Originalfunktion 188
 orthogonal 129
 Orthogonalitätsrelationen 129
- Parameterdarstellung 14
 Parsevalsche Formel 143, 163
 periodisches Evau 195
 Plancherel-Formel 163
 Pol 104
 Polardarstellung 4
 Polarwinkel 3
 punktierte Ebene 26, 37
- Randzyklus 15, 78, 94
 reelle Achse 1
 Regularisierung 154
 rein imaginäre Zahl 1
 Repräsentant 3
 Residuenkalkül 113
 Residuensatz 112

- Residuum 111
Richtungssinn 14
Riemannscher Abbildungssatz 53
Riemannsche Zahlenkugel 6
- Satz von Casorati-Weierstrass 105
— — Cauchy 72, 95
— — Lerch 190
— — Liouville 84
— — Picard 106
— — Weierstrass 37
- Schmetterlingsmatrix 180
schnelle Fourier-
Transformation 178
Shannon-Interpolierende 165
— -Theorem 166
Sinc-Funktion 106
Skalarprodukt 128
Spektralfunktion 156
Spiegelungsprinzip 89
B-Spline 152
Spur 65
stückweise glatte Kurve 65
stabil 210
stereographische Projektion 6
- Stossantwort 207
Streckenweg 66
- Tiefpassfilter 168
trigonometrisches Polynom 126
trigonometrische Reihe 127
- Übertragungsfunktion 202
Umlaufzahl 68
Urbild 11
- Verzweigungspunkt 103
- Wachstumskonstante 186
Wertzuwachs 34
wesentliche Singularität 105
winkeltreu 50
n-te Wurzel 22
- x*-Linie 25
- Zeitbereich 188
Zeitsignal 12, 149
zweifach zusammenhängend 97
Zyklus 65