Programm von Komplex Analysis, Früjahrsemester 2023
Studiengang Elektrotechnik, Informationstechnologie und Rechnergestützte Wissenschaften, ETH

Dozentin: Prof. Francesca Da Lio
Koordinatorin: Jelena Anic

1. Komplexe Zahlen und Funktionen

   Komplexe Zahlen: Eigenschaften, Polardarstellung, Multiplikation, die n-te Wurzel, der Hauptwert des Arguments .

   Komplexwertige Funktionen: Einige topologische Grundbegriffe, Kurven in der komplexen Ebene, die Translation, die Drehstreckung, die Inversion, der Hauptwert der n-ten Wurzel, die Potenzenfunktion, die Exponentialfunktion, der Logarithmus, der Hauptwert der Logarithmus, die trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen .

2. Analytische Funktionen

   Limes und Stetigkeit im komplexen Körper ($\mathbb{C}$), komplexe Ableitung, analytische oder holomorphe Funktionen, Beispiele, die Cauchy-Riemann-schen Differentialgleichungen .

3. Die Integralformel von Cauchy

   Definition des Kurvenintegrals, Definition und Beispiele einfach zusammenhängender Gebiete, Eigenschaft des Kurvenintegrals, die Orientierung einer Kurve, Existenz analytischer Stammfunktionen, der Satz von Cauchy im Fall von einfach zusammenhängenden Gebieten, ein Anwendung des Satzes von Cauchy: der Fundamentalsatz der Algebra, der Satz von Cauchy im Fall von zweifach zusammenhängen Gebieten, das Prinzip der Deformation von Kurven, die Integralformel von Cauchy, Anwendungen der Integralformel von Cauchy: Die Mittelwerteigenschaft, das Maximumsprizip , das Minimumsprizip, höhere Ableitungen analytischer Funktionen (Integralformel für die n-te Ableitung), Beispiele. Ungleichung von Cauchy, Satz von Liouville. Taylor-Entwicklung analytischer Funktionen, Potenzenreihen, Konvergenzradius, Beispiele .

4. Laurent-Entwicklung und Isolierte Singularitäten

   Der Satz von Laurent, Beispiele von Laurent-Entwicklungen, Isolierte Singularitäten: Hebbare Singularitäten, Pole, wesentliche Singularitäten, Nullstellen einer analytischen Funktion, Beziehung zwischen Nullstellen und Polen einer analytischen Funktion .

5. Der Residuensatz und seine Anwendungen

   Der Residuensatz, Berechnung von Residuen. Anwendungen des Residuensatz: uneigentliche Integrale von rationalen Funktionen von $\cos(t)$ und $\sin(t)$, uneigentliche Integrale von rationalen Funktionen (mit komplexen Polen, deren Imaginärteil nicht null ist), Fourier Integrale, Beispiele .

6. Fourier-Reihen

   Trigonometrische Polynome, Orthogonalitätrelationen, Fourierreihen in reeller und komplexer Form, Koeffizientenformel, Darstellung von stückweise stetigen Funktionen durch Fourierreihen. Beispiele, Anwendung der Fourierreihen: Berechnung von Summen numerischer Reihen. Parsevalsche Gleichung und Anwendungen.

7. Fourier-Transformation

   Informelle Herleitung der Definition der Fourier-Transformation. Absolut integrierbare Funktionen. Satz von Dirichlet. Interpretation von der Fourier-Transformation. Beispiele. Rechenregeln. Umkehrung Eigenschaften .

8. Laplace-Transformation

   Motivationen, Definition des Originalraums, Definition der Laplace-Transformation, Rechenregeln, inverse Laplace-Transformation, inverse Laplace-Transformation von rationalen Funktionen. Anwendung: Lineare gewöhnliche Differentialgleichungen .

Prüfungsschwerpunkte

- Komplexe Zahlen und Funktionen.
- Analytische Funktionen, Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen.
- Integralsatz und Integralformel von Cauchy; Stammfunktionen; Taylorreihen.
- Isolierte Singularitäten, Laurentreihen.
- Residuensatz. Uneigentliche Integrale rationaler Funktionen und Fourier-Integrale.
- Reelle und komplexe Fourierreihen: Berechnung der Fourierkoeffizienten, Berechnung spezieller numerischer Reihen.
- Fouriertransformation: Direkte Berechnung der (inversen) Fouriertransformation.
- Laplacetransformation: Lösung von Anfangswertproblemen linearer gewöhnlicher Differentialgleichungen, inverse Laplacetransformation rationaler Funktionen.