ETHZ, D-BAUG
Prof. Dr. R. Sperb

SS 2001

Analysis II

Serie 13

1. Lösen Sie die Diffusionsgleichung:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} &= D\frac{\partial u^2}{\partial x^2} \qquad x \in (-\infty, \infty), \quad t > 0 \\
u(x,0) &= u_0(x)
\end{aligned}
$$

für $D = const$ und

$$
u_0(x) = \begin{cases} 2, & -2 \leq x \leq -1 \\ 1, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}
$$

Skizzieren Sie $u(x,t)$ für kleine Zeiten.

2. Lösung der Wellengleichung für $c = 1$:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c^2\frac{\partial u^2}{\partial x^2} \qquad x \in (-\infty, \infty), \quad t > 0 \\
u(x,0) &= u_0(x) \qquad \text{aus Aufgabe 1} \\
\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= 0
\end{aligned}
$$

Ploten Sie die Lösung für $t = 0.5$ und $t = 1.5$.

3. Lösen Sie die Wellengleichung:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 4\frac{\partial u^2}{\partial x^2} \qquad x \in (0, \pi), \quad t > 0 \\
u(0,t) = u(\pi,t) &= 0 \\
u(x,0) &= u_0(x) \\
\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) &= 0
\end{aligned}
$$

Hierin ist die Anfangsbedingung der folgenden Skizze zu entnehmen.

Skizzieren Sie einige Bilder von $u(x,t)$ für verschiedene Werte von t.