ANALYSIS II

Serie 8

1. **Temperaturverteilung bei inhomogener Heizung:** Gegeben sei ein Kreisring G mit Radien $0 < R_1 < R_2$. Lösen Sie das Randwertproblem

$$\Delta u + 1 + \left(\frac{r}{R_2}\right)^2 = 0 \quad \text{für } r \in G$$
$$u = 0 \quad \text{auf dem Rand}$$

und bestimmen Sie den maximalen Wert von u für die Radien $R_1 = 1$ und $R_2 = 2$.

2. Sei G eine Kugel mit Radius R , sowie zwei Konstanten α und $q > 0$. Berechnen Sie die Lösung von

$$\Delta u + q = 0 \quad \text{in } G$$
$$\frac{\partial u}{\partial n} + \alpha u = 0 \quad \text{auf dem Rand}$$

- a) Welchen maximalen Wert hat u in der Kugel ?
- b) Bestimmen Sie die Gesamtenergie der Lösung $E = \int_G |\nabla u|^2 dV$.
3. **Diffusion und Reaktion in einer Kugelschale:** Lösen Sie das Randwertproblem

$$\Delta u - c^2 u = 0 \quad \text{in } G$$
$$u = 1 \quad \text{auf } \partial G$$

für eine Kugelschale G mit Radien $0 < R_1 < R_2$ und gegebene Konstante c .

4. **Stationäre Temperaturverteilung in einer Kugel:** Bestimmen Sie in einer Kugel G mit Radius R die Lösung von

$$\Delta u + \alpha r^p = 0 \quad \text{für } r \in G$$
$$u = 0 \quad \text{auf } \partial G$$

mit $\alpha = \text{const}$ und $p \geq 0$ gegeben, sowie

- a) den maximalen Wert von u in G ,
- b) und die Gesamtenergie der Lösung $E = \int_G |\nabla u|^2 dV$.

Abgabe: Dienstag, 5.6.01 (in der Vorlesung)