

Serie 11

1. Wärmequelle in einem Draht

Lösen Sie das folgende Problem:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + qe^{-t} & x \in (0, L) \\ u_x(0, t) &= 0 \\ u(L, t) &= 0 \\ u(x, 0) &= 0\end{aligned}$$

2. Diffusion und Reaktion in einem Quadrat

Gegeben ist das Problem

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= D\Delta u - c^2 u & \text{in } G \\ u &= 1 & \text{auf } \partial G \\ u(x, y, 0) &= 1\end{aligned}$$

für $G = [0, a]^2$. Berechnen Sie die Lösung und $\lim_{t \rightarrow \infty} u$.

3. Diffusion in einer Kugel G mit $0 \leq r \leq R$

Lösen Sie

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} &= D\Delta u + \gamma r^2 & \text{in } G, \gamma > 0 \\ u &= 0 & \text{auf } \partial G \\ u(r, 0) &= 0\end{aligned}$$

und berechnen Sie $\lim_{t \rightarrow \infty} u$.

Abgabe: Montag, 23. Juni 2003 in den Übungen