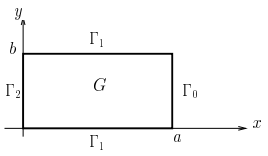
Serie 12

1. Lösen Sie das folgende Problem:

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial u}{\partial t} &= D\Delta u && \text{in } G,\ t>0 \\ u &= 0 && \text{auf } \Gamma_0 \\ \tfrac{\partial u}{\partial n} &= 0 && \text{auf } \Gamma_1 \\ u &= 1-e^{-\gamma t} && \text{auf } \Gamma_2 \\ u(x,0) &= 0 \end{aligned}$$

das Gebiet, sowie die Ränder sind der folgenden Skizze zu entnehmen.



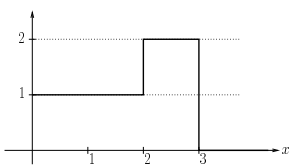
Bestimmen Sie auch $\lim_{t\to\infty} u$.

2. Kanalströmung mit periodischer Druckschwankung
Gegeben ist das Problem

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \nu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \delta\cos(\omega t) && \text{in } (0,L),\ t>0,\ \delta = const \\ u_x(0,t) &= u(L,t) = 0 \end{aligned}$$

Berechnen Sie die periodische Lösung.

3. Diffusion auf $(0,\infty)$
Berechnen Sie die Lösung des Problems

$$\begin{aligned} \tfrac{\partial u}{\partial t} &= D\tfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} && \text{in } (0,\infty) \\ u(0,t) &= 0 \\ u(x,0) &= u_0 \end{aligned}$$

wobei u_0 dem Bild zu entnehmen ist.