

Serie 9

1. Gegeben sei ein Quadrat Ω mit Seitenlänge a . Berechnen Sie die ersten 3 Eigenwerte des Problems

$$\begin{aligned}\Delta u + \lambda u &= 0 && \text{in } \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{1}{a}u &= 0 && \text{auf einer Seite} \\ u &= 0 && \text{auf den anderen Seiten.}\end{aligned}$$

2. Gegeben das Problem

$$\begin{aligned}\Delta u + \lambda u &= 0 && \text{in } \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= 0 && \text{auf } \partial\Omega,\end{aligned}$$

wobei Ω der Quader mit Seitenlängen 1, 2 und 3 ist. Bestimmen Sie die ersten 7 Eigenwerte.

3. Sei Ω ein Viertel des Einheitskreises. Gesucht sind die Eigenwerte λ_1 und λ_2 von

$$\begin{aligned}\Delta u + \lambda u &= 0 && \text{in } \Omega \\ u &= 0 && \text{auf dem Rand } \partial\Omega.\end{aligned}$$

4. Berechnen Sie den ersten (radialen) Eigenwert von

$$\begin{aligned}\Delta u + \lambda u &= 0 && \text{in } \Omega \\ u &= 0 && \text{auf } \partial\Omega,\end{aligned}$$

falls Ω eine Kugelschale mit $0 < R_1 < R_2$ ist.

Abgabe: Dienstag, 10. Juni 2003 in den Übungen