Für f $(n+1)$-mal stetig differenzierbar lässt sich zeigen, dass es für jedes $x \in I$ ein $\xi = \xi(x) \in I$ gibt mit

hängt von x ab!

(n+1)-te Ableitung

$$e(x) = f(x) - p[f|x_0,\dots,x_n](x) = \underbrace{\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}}_{\text{hängt von } f \text{ ab}} \underbrace{\prod_{j=0}^{n}(x-x_j)}_{\text{den Stützstellen ab}}$$

e(x) ist eine Fehlerfunktion über das ganze Intervall I. Oft ist man (nur) am grössten Fehler über I interessiert:

$$\|e\|_\infty = \max_{x\in I} |e(x)| \qquad (\underline{\text{Maximumsnorm}})$$

$$= \max_{x\in I} \left| \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \prod_{j=0}^{n}(x-x_j) \right|$$

Abschätzung

$$\le \max_{x\in I} \left| \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \right| \cdot \max_{x\in I} \left| \prod_{j=0}^{n}(x-x_j) \right|$$

$$= \frac{\|f^{(n+1)}\|_\infty}{(n+1)!} \left\| \prod_{j=0}^{n} \underbrace{(x-x_j)}_{\le b-a} \right\|_\infty$$

$$\le \frac{\|f^{(n+1)}\|_\infty}{(n+1)!} (b-a)^{n+1}$$