Def.: Ein ESV heisst konsistent von der Ordnung p (oder hat Konsistenzordnung p), wenn gilt

$$\tau = \max_{j=0,\dots,N} |\tau_j| = \mathcal{O}(h^p)$$

für h klein genug.

Ein ESV heisst konsistent falls $p \geq 1$.

LDF, KF und Konsistenzordnung sind lokale Grössen. Diese kann man (relativ) einfach mittels Taylor-Entwicklungen bestimmen:

$$\tau_{j+1} = \frac{y(\overbrace{t_j + h}^{t_{j+1}}) - y(t_j)}{h} - \phi(t_j, y(t_j), h)$$

$$= \frac{\cancel{y(t_j)} + h\cdot\dot{y}(t_j) + \frac{h^2}{2}\cdot\ddot{y}(t_j) + \dots - \cancel{y(t_j)}}{h}$$

$$- \left(\phi(t_j, y(t_j), 0) + h\cdot\dot{\phi}(t_j, y(t_j), 0) + \frac{h^2}{2}\ddot{\phi}(t_j, y(t_j), 0) + \dots\right)$$

$$= \dot{y}(t_j) - \phi(t_j, y(t_j), 0)$$

$$+ \frac{h}{2}\left(\ddot{y}(t_j) - 2\cdot\dot{\phi}(t_j, y(t_j), 0)\right.$$

$$\left.+ \frac{h^2}{6}\left(\dddot{y}(t_j) - 3\cdot\ddot{\phi}(t_j, y(t_j), 0)\right)\right)$$

$$+ \dots + \mathcal{O}(h^p) + \dots$$