

III.2.1 Schrittweitenhalbierung

Gegeben ein Verfahren der KO p , berechne im j -ten Schritt ein Schritt mit Schrittweite h

$$y_{j+1} = y_j + h \cdot \phi(t_j, y_j, h)$$

und 2 Schritte mit halber Schrittweite $\frac{h}{2}$ (KV)

Hut / Für KV!

$$\hat{y}_{j+1/2} = y_j + \frac{h}{2} \cdot \phi(t_j, y_j, h/2)$$

$$\hat{y}_{j+1} = \hat{y}_{j+1/2} + \frac{h}{2} \phi(t_{j+1/2}, \hat{y}_{j+1/2}, h/2)$$

$t_j + h/2$

Der LDF ist dann

$$|e_{j+1}| = |y(t_{j+1}) - y_{j+1}| = C \cdot h^{p+1} + \mathcal{O}(h^{p+2})$$

und

Lösung mit AW y_j \sim Satz II.3

$$|\hat{e}_{j+1}| = |y(t_{j+1}) - \hat{y}_{j+1}| = 2 \cdot C \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^{p+1} + \mathcal{O}(h^{p+2})$$

$$= \frac{1}{2^p} C \cdot h^{p+1} + \mathcal{O}(h^{p+2})$$

$$= \frac{|e_{j+1}|}{2^p}$$