Nun wollen wir $|e_{j+1}|$ und $|\hat{e}_{j+1}|$ in Verbindung mit der Differenz der Resultate $|\hat{y}_{j+1} - y_{j+1}|$ bringen:

$$|e_{j+1}| = |y(t_{j+1}) \overbrace{- \hat{y}_{j+1} + \hat{y}_{j+1}}^{+0 \text{ Trick}} - y_{j+1}|$$

$$\overset{\Delta\text{-UG.}}{\leq} \underbrace{|y(t_{j+1}) - \hat{y}_{j+1}|}_{\frac{|e_{j+1}|}{2^p}} + |\hat{y}_{j+1} - y_{j+1}|$$

Auflösen nach $|e_{j+1}|$

$$\rightsquigarrow \quad |e_{j+1}| \approx \frac{2^p}{2^p - 1} |\hat{y}_{j+1} - y_{j+1}| = \varepsilon_{j+1}$$

und

Schätzungen!

$$|\hat{e}_{j+1}| \approx \frac{1}{2^p - 1} |\hat{y}_{j+1} - y_{j+1}| = \hat{\varepsilon}_{j+1}$$

Dies sind dann wieder sog. a posteriori Fehlerschätzer.

<u>Bsp.:</u> (1) Euler mit h + Euler mit $h/2$

(2) Heun " + Heun "