

Serie 9

1. Konsistenz- und Konvergenz-Ordnung

Es sei das RK-ESV mit dem folgenden Butcher-Schema gegeben:

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 2/3 & 2/3 & \\ \hline & 1/4 & 3/4 \end{array}$$

- Schreiben Sie einen Schritt des Verfahrens (in Stufenform).
- Welche Konsistenzordnung hat das Verfahren?
- Was können Sie für die Konvergenzordnung schlussfolgern?

2. Konsistenz expliziter Runge-Kutta Verfahren

Wir betrachten ein s -stufiges explizites Runge-Kutta Verfahren definiert durch das folgende Butcher-Schema

$$\begin{array}{c|ccc} c_1 & 0 & & 0 \\ c_2 & a_{21} & 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ c_s & a_{s1} & a_{s,s-1} & 0 \\ \hline & b_1 & \dots & b_s \end{array}$$

Zeigen Sie, dass die Bedingung $\sum_{i=1}^s b_i = 1$ notwendig ist für die Konsistenz des Verfahrens.

Hinweis: Zeigen Sie zuerst, dass für den Schritt $y_0 \rightarrow y_1$ für die Stufen gilt: $k_i(h) = f(t_0, y_0) + \mathcal{O}(h)$, $i = 1, \dots, s$.

Abgabe: Bis Freitag, den 05.05.2017.