

Lineare Algebra und Numerische Mathematik für D-BAUG

Serie 2

Aufgabe 2.1

Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- (i) Jedes lineare Gleichungssystem mit der gleichen Anzahl von Gleichungen wie Unbekannten hat eine eindeutige Lösung.
- (ii) Jedes lineare Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten hat mindestens eine Lösung.
- (iii) Jedes lineare Gleichungssystem mit mehr Gleichungen als Unbekannten hat keine Lösung.
- (iv) Keine der obigen Aussagen ist korrekt.

Aufgabe 2.2

Geben Sie für a und b Bedingungen an, so dass das System

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2bx_2 + 4x_3 &= 5 \\ 3x_1 + + 4x_3 &= 5 \\ + 2bx_2 + 3ax_3 &= b \end{aligned}$$

- 2.2a)** Lösungen mit *zwei* freien Parametern besitzt,
 - 2.2b)** Lösungen mit *einem* freien Parameter besitzt,
 - 2.2c)** eindeutig lösbar ist,
 - 2.2d)** keine Lösung hat
- und geben Sie in jedem Fall die Lösungsmenge an.

Aufgabe 2.3 Zeilenstufenform

Entscheiden Sie für jede Teilaufgabe, ob das vorliegende lineare Gleichungssystem in Zeilenstufenform ist und überführen Sie es gegebenenfalls in Zeilenstufenform mit Hilfe des Gauss-Algorithmus aus der Vorlesung.

Bestimmen Sie für jede Teilaufgabe den Rang des Schemas gemäss der Definition aus den Vorlesungsnotizen (Seite 21), sowie die Lösungsmenge.

2.3a)

$$\begin{array}{rcccc} x_1 & + & x_2 & & = & b_1 \\ & & x_2 & + & x_3 & = & b_2 \\ & & & & x_4 & + & x_5 & = & b_3 \end{array}$$

2.3b)

$$\begin{array}{rcccc} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & + & 2x_5 & = & b_1 \\ & & & & & & x_4 & & = & b_2 \\ & & & & & & & & x_5 & = & b_3 \end{array}$$

2.3c)

$$\begin{array}{rcccc} x_1 & & + & x_3 & + & 2x_4 & & = & b_1 \\ & x_2 & + & x_3 & - & x_4 & & = & b_2 \\ & & & & & & x_5 & = & b_3 \\ & & & & & & & x_6 & = & b_4 \end{array}$$

2.3d)

$$x_1 - x_2 = b_1$$

2.3e)

$$\begin{array}{rcccc} x_1 & & & - & x_4 & = & b_1 \\ & x_2 & & - & x_4 & = & b_2 \\ & & x_3 & - & x_4 & = & b_3 \\ & & x_3 & & + & x_5 & = & b_4 \\ & & x_3 & & & = & b_5 \end{array}$$

Aufgabe 2.4

Gegeben seien die zwei linearen Gleichungssysteme $Ax = b$ und $Ax = c$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

2.4a) Überprüfen Sie, welche der folgenden Vektoren Lösungen zu dem ersten LGS (mit b als rechter Seite) sind:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

2.4b) Überprüfen Sie, welche der folgenden Vektoren Lösungen zu dem zweiten LGS (mit c als rechter Seite) sind:

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Veröffentlichung am 28. September 2016.

Abzugeben bis 5. Oktober 2016.