R. Käppeli
L. Herrmann
W. Wu

Herbstsemester 2016

Lineare Algebra und Numerische Mathematik für D-BAUG

ETH Zürich
D-MATH

Serie 3

Aufgabe 3.1

Gegeben seien die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

und der Vektor

$$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Für welche Werte $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ ist das LGS $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ lösbar?

(i) Für alle $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$.

(ii) Für keine $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$.

(iii) Für alle $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ mit $b_3 + b_2 - b_1 = 0$.

(iv) Für alle $b_1, b_2, b_3 \in \mathbb{R}$ mit $b_3 + b_2 - b_1 \neq 0$.

(v) Das lässt sich nicht entscheiden.

Aufgabe 3.2

Gegeben seien die zwei linearen Gleichungssysteme $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ und $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{c}$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

3.2a) Bestimmen Sie mit dem Gauss–Algorithmus die Lösungsmengen der beiden Gleichungssysteme.

Aufgabe 3.3

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Es gilt …

3.3a) $(AB)^T = A^T B^T$,

(i) richtig

(ii) falsch

3.3b) $(AB)^T = B^T A^T$,

(i) richtig

(ii) falsch

3.3c) $A^T A$ ist symmetrisch,

(i) richtig

(ii) falsch

3.3d) AA^T ist symmetrisch.

(i) richtig

(ii) falsch

3.3e) Ist C eine beliebige quadratische Matrix, so ist $C + C^T$ symmetrisch.

(i) richtig

(ii) falsch

Aufgabe 3.4

Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

3.4a) Bilden Sie, sofern definiert, die folgenden Matrixprodukte:
$AB,\ BA,\ A\boldsymbol{x},\ A^2 := AA,\ B^2 := BB,\ \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{y}\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{x}\boldsymbol{y}^T,\ B^T\boldsymbol{y},\ \boldsymbol{y}^T B.$

Veröffentlichung am 4. Oktober 2016.
Abzugeben bis 12. Oktober 2016.