

Lineare Algebra und Numerische Mathematik für D-BAUG

Serie 11

Aufgabe 11.1

11.1a) Wahr oder falsch: Im Lösungspunkt einer linearen Gleichungsaufgabe $Ax - b = r$ steht der Residuenvektor r senkrecht auf dem Bildraum von A .

(i) Wahr.

(ii) Falsch.

11.1b) Wahr oder falsch: Falls der Messvektor b einer linearen Gleichungsaufgabe $Ax - b = r$ im Spaltenraum der Koeffizientenmatrix A liegt, so ist der minimale Residuenvektor r gleich dem Nullvektor.

(i) Wahr.

(ii) Falsch.

11.1c) Bei einem Modellbaumotor wurde die Abhängigkeit zwischen der Drehzahl X (in $1000 \frac{\text{U}}{\text{min}}$) und der Leistung Y (in kW) untersucht. Es ergab sich das folgende Messprotokoll:

1. Messung: $X_1 = 1; Y_1 = 1$

2. Messung: $X_2 = 2; Y_2 = 2$

3. Messung: $X_3 = 4; Y_3 = 3$.

Bestimmen Sie die zugehörige Ausgleichsgerade $y = a_1x + a_2$: Die Fehlergleichungen hierfür lauten

$$a_1X_i + a_2 - Y_i = r_i$$

für $i = 1, 2, 3$.

(i) $a_1 = \frac{3}{11}; a_2 = \frac{1}{2}$.

(ii) $a_1 = \frac{3}{4}; a_2 = \frac{3}{5}$.

(iii) $a_1 = \frac{3}{5}; a_2 = \frac{9}{14}$.

(iv) $a_1 = \frac{9}{14}; a_2 = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 11.2 Ausgleichsrechnung

Gegeben sind die folgende 5 Punkte (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, 5$, in der Ebene:

$$\begin{array}{c|ccccc} i & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline x_i & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y_i & -0.5 & -0.1 & 1 & 2.3 & 3.3 \end{array} . \quad (11.2.1)$$

11.2a) Bestimmen Sie die für diese 5 Punkte bestpassendste

- (i) Gerade $y = a_1 + a_2x$
- (ii) Parabel $y = b_1 + b_2x + b_3x^2$
- (iii) $y = c_1 \cos(\pi x/4) + c_2 \sin(\pi x/4) + c_3$

im Sinne der kleinsten Quadrate.

Aufgabe 11.3

Für die Grösse b wird ein Modell der Form $b = a_1X + a_2Y + a_3Z$ angenommen. Bestimmen Sie die Koeffizienten $\mathbf{x} = (a_1, a_2, a_3)^T$ nach der Methode der kleinsten Quadrate mit den Werten aus folgender Tabelle

X_i	Y_i	Z_i	b_i
-1	2	0	4
-1	0	2	2
2	-1	0	-2
2	0	-1	0
0	-1	2	-2
0	2	-1	4

Veröffentlichung am 29. November 2016.

Abzugeben bis 7. Dezember 2016.