Serie 1

1. Die Funktion $f(x)$ hat in der Nähe von x_0 einen Fixpunkt. Bestimmen Sie die Natur dieses Fixpunktes (anziehend bzw. abstossend) sowie dessen exakte Lage durch geeignete Fixpunkt–Iteration (vor- oder rückwärts). Berechnen Sie auch den zugehörigen Konvergenzfaktor und geben Sie die ungefähre Anzahl der ausgeführten Iterationsschritte an. Kommentieren Sie Ihre experimentellen Resultate!

	$f(x)$	x_0		$f(x)$	x_0
a)	$x^3/3 + 0.625$	0	e)	$\tan(x)$	$5\pi/2$
b)	$x^3/3 + 0.625$	1.2	f)	e^{x-1}	0.999
c)	$x^3/3 + 0.625$	-2	g)	$2x - 0.3x^2$	3
d)	$\tan(x)$	$3\pi/2$			

2. Sei ξ die Lösung von

$$x = \frac{1}{1+x}, \quad x > -1.$$

Zur approximativen Berechnung von ξ betrachte man die Fixpunktiteration

$$x_{n+1} = \frac{1}{1+x_n}. \tag{1}$$

Wählen Sie ein geeignetes Intervall $[a, b]$ derart, dass die Iteration (1) gemäss dem Banachschen Fixpunktsatz $\forall x_0 \in [a, b]$ gegen ξ konvergiert. (Falls die Voraussetzungen des Satzes erfüllt sind (bitte überprüfen!), ist die Existenz eines eindeutigen Fixpunktes garantiert. Die effektive Rechnung ist dann reines Handwerk.)

3. (Verfahren 3. Ordnung zur Bestimmung von $\sqrt{\cdot}$) Verwenden Sie die Funktion

$$f(x) := \left(x^2 - a\right) x^m, \quad a > 0 \tag{2}$$

zur numerischen Bestimmung der Nullstelle $\xi > 0$ von f.

a) Bestimmen Sie den Exponenten m in (2) so, dass das Newton–Verfahren schneller als quadratisch konvergiert.

b) Wie lautet die Iterationsvorschrift für das Newton–Verfahren mit dem in a) gefundenen m?

Bitte wenden!

c) Zur Diskussion des Fehlergesetzes betrachte man

$$e_n := \frac{x_n - \sqrt{a}}{x_n + \sqrt{a}}$$

mit x_n der n–ten Iterierten (e_n ist etwa der halbe relative Fehler der Approximation x_n in Bezug auf $\sqrt{a}$). Drücken Sie e_{n+1} durch e_n aus.

Siehe nächstes Blatt!

Allgemeine Informationen zur Vorlesung

Termine:
Beginn der Vorlesung: 31. März 2003
Beginn der Übungen: 4. April 2003

Vorlesungszeit und Hörsaal: Montag 8-10 Uhr NO C3

Dozent:
Prof. Dr. J. Waldvogel
Seminar für Angewandte Mathematik
ETH Zentrum, HG E14
tel. (01) 632 34 60
e-mail waldvogel@math.ethz.ch

Übungszeit: Freitag 8-9 Uhr
Übungszyklus:

Wann	Wo	Was
Mo	Vorlesung	Ausgabe Serie n
Mi	Kästchen	Abgabe Serie $n-1$
Fr	Übung	Rückgabe und Nachbesprechung Serie $n-1$
		Vorbesprechung Serie n
Mo	Vorlesung	Ausgabe Serie $n+1$
Mi	Kästchen	Abgabe Serie n
		...

Gruppeneinteilung

Gruppe	Assistent	Raum
A – Egger	Marina Savelieva	IFW B42
El Guindi – Gwerder	Fabian Buchmann	ETF E1
Gysi – Kamm	Kersten Schmidt	ETZ E7
Kaufmann – Meyer-Piening	Jens Vogelgesang	LWF E11
Michel – Ruckstuhl	Thomas Wihler	HG D5.1
Rüegg – Tomaschett	Dominik Colangelo	ETZ F91
Trajkovic – Z	Esther Kunz	ETZ J91

Tetsatbedingung: 9 Serien zufriedenstellend bearbeitet.
Abgabe: Bis Mittwoch 9. April um 13.00 Uhr in den Kästchen vor dem HG G53.
Internetseite der Vorlesung:
www.sam.math.ethz.ch/˜grsam/NUM_ITET_03/