D-MAVT NUMERISCHE MATHEMATIK SS 2006
K. Nipp

Serie 1

1. Bestimmen Sie die *Maschinengenauigkeit* eps_M von MATLAB und vergleichen Sie das Resultat mit dem MATLAB-Befehl `eps`.
(*Hinweis:* Ausgehend von einem Startwert eps_0 erzeugen Sie durch fortwährendes Halbieren Zahlen eps_i, bis $1 + eps_i = 1$ gilt.)

2. *Stellendefekt.* Berechnen Sie die Summe

$$s := 100 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots\cdots - \frac{1}{10000}$$

auf zwei Arten in MATLAB:

a) von links nach rechts

b) von rechts nach links.

Erklären Sie die Differenz ab der 11. Dezimalstelle und vergleichen Sie mit dem exakten Resultat

$$99.69309718305994529172.$$

(*Hinweis:* Um alle Dezimalstellen sehen zu können, geben Sie zuerst den Befehl `format long` ein.)

3. *Stellenauslöschung.* Berechnen Sie mit MATLAB die folgenden Ausdrücke:

a) $x = \sqrt[3]{29790} - 31$

b) $x = \ln(10001) - \ln(10000)$

c) $x = \cos(0.00001) - 1.$

Versuchen Sie mittels Umformung die Ausdrücke auf volle Stellengenauigkeit zu berechnen. Vergleichen Sie die Resultate!

4. a) Eine Zahl $x \in (0,1)$ wird mit einem relativen Fehler von 0.1% gemessen. Genügt diese Genauigkeit zur Berechnung von $y = 1 - e^x$ bis zu einem gesicherten relativen Fehler von 1% ?

b) Bestimmen Sie mit MATLAB die Kondition der sogenannten Hilbertmatrix der Dimension 10. (Hinweis: `hilb(10)` erzeugt die gesuchte Matrix; `eig(A)` erzeugt die Eigenwerte der Matrix A.)
Vergleichen Sie das Resultat mit dem MATLAB–Befehl `cond`.

Abgabe: Mittwoch 19. April 2006 in der Uebungsstunde.