

Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik (BSc, 2. Vordiplom D-ITET)

1. (10 Punkte) Sei X eine Zufallsvariable mit Verteilungsfunktion

$$F_X(t) := \begin{cases} 0 & \text{falls } t < 0, \\ \frac{t^2}{8} & \text{falls } 0 \leq t < 2, \\ \frac{3}{4} + c \int_2^t \frac{1}{s^2} ds & \text{falls } t \geq 2. \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante c .
 - b) Berechnen Sie $P[X = 0]$, $P[X = 2]$ sowie $P[1 < X \leq 2]$.
 - c) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion von $Y := \log X$.
 - d) Besitzt die Zufallsvariable X eine Dichtefunktion? (Begründung!)
2. (10 Punkte) Herr M. fährt jeden Tag mit Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{4}$ mit dem Velo und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ mit dem Bus zur Arbeit. Nimmt er das Velo, so ist seine (zufällige) Fahrzeit in Minuten gleichverteilt auf $[1, 4]$; nimmt er den Bus, so ist sie gleichverteilt auf $[3, 6]$. Wir bezeichnen die Fahrzeit von Herrn M. in Minuten mit T .
- a) Gegeben, dass T zwischen 3.5 und 4.5 liegt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Herr M. dann mit dem Velo gefahren?
 - b) Gegeben, dass T höchstens 2 beträgt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Herr M. dann mit dem Bus gefahren?
 - c) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von T .
3. (10 Punkte) X und Y sind unabhängige exponentialverteilte Zufallsvariablen mit Parametern $\lambda_X = 2$ und $\lambda_Y = 3$. Sei nun $M := \max(X, Y)$ das Maximum von X und Y .
- a) Welche Werte kann M annehmen und was ist die Dichte von M ?
 - b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass $X > 2Y$.
 - c) Sei $Z := \min(X, Y)$ das Minimum von X und Y . Was ist der Erwartungswert von $M + Z$?