Algebra I

Serie 5

Sylowsätze, Permutationsgruppen Abgabe bis 4. November

---

31. Zeige, dass eine Gruppe der Ordnung 100 nicht sowohl eine zu C_4 isomorphe als auch eine zu $C_2 \times C_2$ isomorphe Untergruppe besitzen kann.

32. Sei p eine Primzahl und G eine Gruppe der Ordnung p^2.

Dann ist G abelsch.

33. Zeige, dass eine Gruppe der Ordnung 40 oder 56 nie einfach ist.

34. (a) Bestimme die Anzahl aller Sylowuntergruppen der Tetraedergruppe.

(b) Bestimme die Anzahl aller Sylowuntergruppen der Würfelgruppe.

(c) Bestimme die Anzahl aller Sylowuntergruppen der Dodekaedergruppe.

35. (a) Bestimme für jede natürliche Zahl n das Zentrum von S_n und A_n.

(b) Berechne den Zentralisator von $(2\,3\,4)$ in S_5.

(c) Berechne den Zentralisator von $(1\,2\,3)(4\,5\,6)$ in S_7.

(d) Bestimme den Normalisator der Untergruppe $\langle(2\,3\,4)\rangle$ in S_5.

(e) Bestimme den Normalisator der Untergruppe $\langle(1\,2\,3)(4\,5\,6)\rangle$ in S_7.

36. Sei p eine Primzahl und sei $H \leqslant S_p$ eine Untergruppe, die einen p-Zykel und eine Transposition enthält.

Zeige, dass $H = S_p$ gilt.