

Das Gegenstück von 1. ist das Denkgesetz:

2. *Das reellste Prinzip der Ausdehnung: „alles, was nicht in der Begriffsdefinition eines Dinges enthalten ist, gehört diesem Ding nicht seinem Wesen nach an, sondern von außen her (ab alio)“.* Dieses Denkgesetz ist das wichtigste für den ontologischen Realismus der Scholastiker. Mit Hilfe desselben kann man z. B. beweisen, daß jede Bewegung eines Körpers ihm von außen mitgeteilt sein muß. Da in der Definition eines Körpers nichts von einer Bewegung enthalten ist, muß ein sich bewegender Körper in jedem Moment von außen her in Bewegung gesetzt werden. Daraus haben die Scholastiker geschlossen, daß ein Körper, der eine Anfangsgeschwindigkeit hat, sich nicht weiterbewegen kann, wenn nicht eine äußere Ursache ihn fortwährend Bewegung mitteilt, eine Folgerung, die im Gegensatz zum Trägheitsgesetz von Galilei steht. Auf ähnliche Weise beweist Thomas von Aquino, daß es keinen Beweis für den zeitlichen Anfang der Welt geben könne, sondern daß für diese Erkenntnis eine Offenbarung notwendig sei. Man kann die beiden Denkgesetze 1. und 2. zusammenfassen in:

3. *Jedes Ding hat den Grund, so zu sein wie es ist in sich oder einem anderen Ding; in sich, wenn es die betreffende Eigenschaft auf Grund der Konstitution seines eigenen Begriffes hat, in einem anderen, wenn das nicht der Fall ist.*

Diese Gesetze reichen aber z. B. noch nicht aus, um die klassischen Beweise für das Dasein Gottes aus der Betrachtung der Geschöpfe zu begründen. Dazu gehört ein neues, das Aristotelische Prinzip von der ersten Ursache:

4. *Man kann in der Reihe der einander übergeordneten Ursachen nicht unendlich weit hinaufsteigen.*

Alle bisherigen Denkgesetze kann man zusammenfassen in:

5. *Was nicht von sich selbst existiert, existiert durch ein anderes, das von sich selbst aus existiert.*

Mit Hilfe dieses Satzes beweisen die Scholastiker sehr leicht die Existenz Gottes aus der feineren Geschöpfe. Die Wiener Schule und insbesondere Wittgenstein haben den tautologischen Charakter des reinen Denkens gezeigt. Wenn die Scholastiker den gefährlichen Sprung vom tautologisch Seienden zum notwendig Seienden, vom Relativen zum Absoluten, vom Unvollkommenen zum Vollkommenen, vom Geschöpf zum Schöpfer machen, so tun sie das mit Hilfe des Prinzips 5.

III. Das Prinzip 4. von der ersten Ursache erhält oft auch eine andere Formulierung, die man das *Prinzip vom Weltlichen als Maximum* nennen könnte. Nach Aristoteles können die wesentlichen Eigenschaften eines Dinges ihm nicht in geringerem oder höherem Grade zukommen. Kommt also eine Eigenschaft einem Ding in verschiedenem Grade zu, so ist es keine wesentliche Eigenschaft, und es gibt nach Thomas von Aquino ein Ding, dem diese Eigenschaft in *Maximum, als wesentliche Eigenschaft, zukommt.*

Mit Hilfe dieses Prinzips beweisen die Scholastiker die Existenz Gottes aus den verschiedenen Graden der Vollkommenheit, die bei den verschiedenen Dingen bestehen. Aber schon Platon hat dieses Prinzip verwendet, um zu beweisen, daß es eine Wahrheit an sich, eine Gerechtigkeit an sich usw. gibt. Dabei hat er sich wie die Scholastik in Widerspruch zu der logischen Typenlehre gesetzt, da bei derartigen Beweisen Begriffe von Eigenschaften, also Klassenbegriffe, als Individualbegriffe behandelt werden.

Die Denkgesetze der scholastischen Mentalität widersprechen also der modernen Logik durch Verletzung der Typenlehre, der Lehre von den Relationsurteilen, weil alle Urteile als prädiaktiv angesehen werden und der Lehre von den Existentialurteilen, weil die Existenz als eine Eigenschaft behandelt wird. Außerdem diese Denkgesetze zu einer Menge von Antinomien, von Scheinproblemen und Widersprüchen mit der Erfahrung.

Zusammenfassung: Die scholastische Denkweise konstruiert also Begriffe, die nicht von Protokollätzen ausgehend konstruiert werden können. Diese Begriffe kombiniert sie nach einer grammatischen Syntax, die sehr verschieden von der logischen Syntax der wissenschaftlichen Sprache ist. „die Metaphysik des Aristoteles ist weit davon entfernt, eine perennis philosophia zu sein, sie ist nur die naturgewachsene Metaphysik der griechischen Sprache. Jede Sprachgruppe führt entsprechend ihrer grammatischen Syntax zu einer besonderen Metaphysik. Da, wo man eine Philologie für alle Ewigkeit finden wollte, kann man mit Hilfe der modernen Logik feststellen, daß es sich nur um einen sprachlichen Zwischenfall handelt, der nur durch seine Verwendung im Dienste der Religion eine besondere Bedeutung gewonnen hat.“
Philip Frank.

Jan Lukasiewicz (Warschau), Zur Geschichte der Aussagenlogik:

Die moderne Logik hat uns gelehrt, innerhalb der formalen Logik zwei Grunddisziplinen zu unterscheiden, die voneinander nicht weniger verschieden sind, als die Arithmetik von der Geometrie: die *Ausagenlogik* und die *Namenlogik*. Der Unterschied zwischen den beiden besteht darin, daß in der Aussagenlogik außer logischen Konstanten nur Aussagenvariablen auftreten, während in der Namenlogik Namenvariablen vorkommen.

Das einfachste Beispiel, an dem dieser Unterschied erläutert werden kann, ist der Aristotelische und der peripatetische Satz der Identität. Um Mißverständnissen vorzubeugen, möchte ich hier logisch bemerken, daß soweit unsere Quellennachweise reichen, die beiden Identitätssätze von den Alten nur beiläufig aufgestellt worden sind, und keineswegs zu den Grundätzen der einen oder der anderen Logik gehören. Der *erste* Satz der Identität lautet: „wenn das Erste, so das Erste“, und kommt als Prämissen in einem von Sextus Empiricus zitierten Schlußschema vor¹⁾. Der *peripatetische* Satz der Identität lautet: „ a kommt allem a zu“, und wird von Aristoteles nicht erwähnt, kann aber aus einer Stelle des von Alexander verfaßten Kommentars zur ersten Analytik erschlossen werden²⁾. Den Aristotelischen Identitätssatz können wir mit Hilfe einer Buchstabenvariablen in der Form „wenn p , so p “ darstellen, den peripatetischen Identitätssatz können wir in den Ausdruck „alles a ist a “ äquivalent umformen. Im ersten Satz ist „wenn — so“ eine

logische Konstante und „ p “ eine Aussagenvariable, d. h. für „ p “ darf nur eine *Aussage* sinnvoll eingesetzt werden, z. B. „es ist Tag“. Nach der Einsetzung bekommen wir einen speziellen Fall des stoischen Identitätssatzes: „Wenn es Tag ist, so ist es Tag“. Im zweiten Satz ist „alles — ist“ eine logische Konstante und „ a “ eine Namenvariable, d. h. für „ a “ darf nur ein *Name* sinnvoll eingesetzt werden, und zwar im Einklang mit einer stillschweigend angenommenen Voraussetzung der Aristotelischen Logik, nur ein *allgemeiner* Name, z. B. „Mensch“. Nach der Einsetzung bekommen wir einen speziellen Fall des peripatetischen Identitätssatzes: „Alle Mensch ist Mensch“. Der stoische Satz der Identität ist eine These der *Auslagenlogik*, der peripatetische dagegen eine These der *Namenlogik*.

Allen älteren Autoren, die über Geschichte der Logik geschrieben haben, war dieser grundsätzliche Unterschied zwischen der Auslagenlogik und der Namenlogik unbekannt. Daher gibt es bis zum heutigen Tag keine Geschichte der Auslagenlogik, und infolgedessen auch keine korrekte Darstellung der Geschichte der formalen Logik überhaupt. So unenbehrlich noch heute das Werk *P r a n t l*⁸⁾ als Sammlung von Quellen und Materialien ist, so hat es doch als historische Darstellung logischer Probleme und Lehren kaum einen Wert. Die Geschichte der Logik muß neu geschrieben werden, und zwar von einem Historiker, der die Logik gründlich beherrscht. In diesem kurzen Aufsatz will ich nur folgende drei Hauptpunkte aus der Geschichte der Auslagenlogik berühren: Erstens, möchte ich den Nachweis führen, daß die stoische Dialektik im Gegensatz zur Aristotelischen Syllogistik die *antike* Form der Auslagenlogik ist, womit zugleich diese bisher gänzlich mißverstandene und ungerecht beurteilte Leistung der Stoiker wieder zu Ehren gebracht werden soll. Zweitens, will ich versuchen an einigen Beispielen klarzulegen, daß die stoische Auslagenlogik im *Mittelalter* insbesondere in der Lehre von den „Konsequenzen“ fortlebt und sich weiter entwickelt. Drittens, lege ich Wert darauf festzustellen, was selbst in Deutschland nicht allgemein bekannt zu sein scheint, daß der Begründer der *modernen* Auslagenlogik Gottlob *F r e g e* ist.

Daß die stoische Dialektik eine Auslagenlogik ist, dafür zeugt schon der oben angeführte stoische Identitätssatz, der zur Auslagenlogik gehört. Ein beiläufig ausgesprochener Satz beweist jedoch nichts. Wir wollen daher die bekannte Schlussformel in Betracht ziehen, die von den Stoikern als der erste „unbeweisbare“ Syllogismus an die Spitze ihrer Dialektik gestellt wird:

Wenn das Erste, so das Zweite;
nun aber das Erste;
also das Zweite⁹⁾.

In dieser Formel sind die Wörter „das Erste“ und „das Zweite“ *Variable*, denn die Stoiker bezeichnen die Variablen nicht mit Buchstaben, sondern mit Ordnungszahlen⁵⁾. Es ist klar, daß auch hier für diese Variablen nur *Aussagen* sinnvoll eingesetzt werden dürfen, z. B. „es ist Tag“ und „es ist hell“. Wird diese Einsetzung vollzogen, so bekommen wir den als Schulbeispiel in stoischen Texten immer wiederkehrenden Schluss: „Wenn es Tag ist, so ist es hell; nun aber ist es Tag; also ist es hell.“ Daß in der Tat in der obigen Formel *Aussagen* und nicht etwa *Namen* für die Variablen einzusetzen sind, erhellt nicht nur aus dem Sinn der Formel, sondern ergibt sich auch ganz besonders deutlich aus dem folgenden Beispiel: „Wenn Platon lebt, so atmet Platon; nun aber das Erste; also das Zweite“. Hier bezieht sich offenbar „das Erste“ auf die *Aussage* „Platon lebt“ und „das Zweite“ auf die *Aussage* „Platon atmet“⁶⁾.

Der grundsätzliche Unterschied zwischen der stoischen und der Aristotelischen Logik besteht nicht darin, daß in der stoischen Dialektik hypothetische und disjunktive Aussagen vorkommen, während in der Aristotelischen Syllogistik nur kategorische Aussagen auftreten. Streng genommen, findet man auch in der Aristotelischen Syllogistik hypothetische Aussagen vor, denn jeder echte Aristotelische Syllogismus ist eine *Implikation*, also eine hypothetische Aussage, z. B.: „Wenn a allem b zukommt und c allem a zukommt, so kommt c allem b zu“⁷⁾. Der prinzipielle Unterschied zwischen diesen beiden antiken Systemen der Logik beruht vielmehr darauf, daß in den stoischen Syllogismen die Variablen *Aussagenvariable* und in den Aristotelischen *Namenvariable* sind. Dieser prinzipielle Unterschied wird aber völlig verwischt, wenn man mit *P r a n t l* (I S. 473) den oben genannten stoischen Syllogismus auf folgende Weise übersetzt:

Wenn das Erste ist, ist das Zweite
Das Erste aber ja ist

Also ist das Zweite.

Dadurch, daß *P r a n t l* zu den Variablen überall das Wörtchen „ist“ hinzufügt, das in den antiken Texten *nirgends* vorhanden ist, verfälscht er, ohne es zu wissen und zu wollen, die stoische Auslagenlogik zu einer Namenlogik. Denn im *P r a n t l* sehen Schema können nicht mehr für „das Erste“ und „das Zweite“ Aussagen, sondern nur

Namen sinnvoll eingefetzt werden. Soweit wir angehts des trümmerthaften Zustandes der auf uns gekommenen stoischen Dialektik ermitteln können, enthalten *alle* stoischen Schlussformeln außer logischen Konstanten nur Aussagenvariable. Die stoische Dialektik ist somit eine Aussagenlogik⁹⁾.

Es gibt noch einen zweiten wichtigen Unterschied, der zwischen den Aristotelischen und den stoischen Syllogismen besteht. Aristotelische Syllogismen sind logische Theesen, und *logische Theese* ist eine Aussage, in der außer logischen Konstanten nur Aussagen- oder Namenvariable vorkommen, und die für alle Werte der in ihr vorkommenden Variablen wahr ist. Stoische Syllogismen sind Schlussformeln, die den Sinn von Schlussregeln haben, und *Schlussregel* ist eine Vorschrift, die den Schließenden ermächtigt, auf Grund von anerkannten Aussagen neue Aussagen abzuleiten. Wir wollen diesen Unterschied etwas näher betrachten. (Vgl. III)

Der oben angeführte Aristotelische Syllogismus, den wir auch *fo* ausdrücken können: „wenn *a* ist und alles *a* *c* ist, *fo* ist alles *b* *c*“, ist eine Implikation vom Typus „wenn α und β , *fo* γ “, deren Vorderatz eine Konjunktion der Prämissen α und β ist, und deren Nachatz die Konklusion γ bildet. Als Implikation ist dieser Syllogismus eine *Aussage*, die Aristoteles als wahr anerkennt, und zwar gilt diese Aussage für alle Werte der in ihr vorkommenden Variablen „*a*“, „*b*“ und „*c*“. Werden daher für diese Variablen konstante Werte eingefetzt, *fo* bekommt man wahre *Aussagen*. Da in dem betrachteten Syllogismus außer den Variablen nur noch logische Konstante vorkommen, nämlich „wenn-*fo*“, „und“ sowie „alles-ist“, *fo* ist dieser Syllogismus, sowie jeder andere Aristotelische Syllogismus, eine logische Theese.

Anders ist es in der stoischen Logik. Der oben angegebene stoische Syllogismus, den wir mit Hilfe von Buchstabenvariablen auch *fo* ausdrücken können: „wenn *p*, *fo* *q*; nun aber *p*; *also* *q*“, besteht ebenso, wie der Aristotelische Syllogismus, aus zwei Prämissen und einer Konklusion, jedoch sind die Prämissen mit der Konklusion zu einer einheitlichen Aussage *nicht* verbunden. Das erficht man schon aus dem Wörtchen „*also*“, das die Konklusion einleitet. Der betrachtete Syllogismus ist demnach *keine* Aussage. Da er keine Aussage ist, *fo* kann er auch weder wahr noch falsch sein, denn Wahrheit und Falschheit kommen anerkanntermaßen nur Aussagen zu. Der betrachtete stoische Syllogismus ist demnach *keine* logische Theese: Werden in diesem Syllogismus für die Variablen konstante Werte ein-

gesetzt, *fo* bekommt man keine Aussage, sondern einen *Schluss*. Der oben angeführte stoische Syllogismus ist daher eine Schlussformel und hat den Sinn einer *Schlussregel*, die genauer in folgender Weise ausgedrückt werden kann: Wer die Implikation „wenn *p*, *fo* *q*“ und den Vorderatz dieser Implikation „*p*“ als wahr anerkennt, der hat das Recht, auch den Nachatz dieser Implikation „*q*“ als wahr anzuerkennen, *also* „*q*“ von „*p*“ abzutrennen. Diese Schlussregel ist unter dem Namen „Abtrennungsregel“ in der modernen Logik geradezu klassisch geworden.

Alle stoischen Syllogismen sind als *Schlussregeln* formuliert. Damit untercheidet sich die stoische Dialektik nicht nur von der Aristotelischen Syllogistik, sondern auch von der modernen Aussagenlogik, die ein System von *logischen Theesen* ist.

Nun aber kennen die Stoiker eine klare und einfache Vordruff, die alle ihre Schlussregeln in Theesen zu verwandeln gestattet. Sie unterscheiden nämlich bündige und nichtbündige Schlüsse. Einen Schluss mit den Prämissen α und β und der Konklusion γ nennen sie *bündig*, wenn die *Implikation* richtig ist, deren Vorderatz aus der Konjunktion der beiden Prämissen α und β gebildet ist und deren Nachatz aus der Konklusion γ besteht. Bündig ist z. B. der Schluss: „wenn es Tag ist, *fo* ist es hell; nun aber ist es Tag; *also* ist es hell“, denn richtig ist die Implikation: „wenn es Tag ist und wenn es Tag ist, *fo* ist es hell, *fo* ist es hell“⁹⁾.

Diese richtige Bemerkung ermöglicht die Verwandlung der Schlüsse in Aussagen. Wird sie auf die Schlussregel „wenn *p*, *fo* *q*; nun aber *p*; *also* *q*“ angewendet, *fo* erhält man die Implikation „wenn *p* und wenn *p*, *fo* *q*, *fo* *q*“, die eine Theese der Aussagenlogik ist, da in ihr außer den Aussagenvariablen nur noch logische Konstante „wenn-*fo*“ sowie „und“ vorkommen.

Es ist mir nicht möglich, an dieser Stelle in alle Einzelheiten der stoischen Logik einzugehen. Ich will nur ganz kurz die wichtigsten Punkte besprechen. Die stoische Aussagenlogik ist eine *zweiwertige* Logik. Es gilt in ihr der Grundatz, daß jede Aussage *entweder wahr oder falsch* ist, oder, wie wir heute sagen, einen von nur *zwei* möglichen „Wahrheitswerten“ annehmen kann, „das Wahre“ oder „das Falsche“¹⁰⁾. Das erwähnte Prinzip ist im bewußten Gegensatz zu der Ansicht aufgestellt, daß es Aussagen gibt, die *weder wahr noch falsch* sind, nämlich solche, die zukünftige zufällige Ereignisse betreffen. Diese Ansicht, die vornehmlich unter den Epikuräern verbreitet war, schieben die Stoiker auch dem Aristoteles zu¹¹⁾.

In der stoischen Aussagenlogik treten folgende Funktionen auf: die Negation, die Implikation, die Konjunktion und die Disjunktion. Die ersten drei Funktionen werden, wie man sich heutzutage auszudrücken pflegt, als „Wahrheitsfunktionen“ definiert. Unter einer *Wahrheitsfunktion* versteht man eine Funktion, deren Argumente Aussagen sind, und deren Wahrheitswert nur von dem Wahrheitswert der Argumente abhängt.

Man erhält, den Stoikern gemäß, die *Negation*, also das konträr-diktorische Gegenteil einer Aussage, indem man ihr das Zeichen der Aussagennegation *voranstellt*¹⁸⁾. Diese theoretisch richtige und praktisch wertvolle Vorschrift wirkt noch im Mittelalter fort¹⁹⁾. In der heutigen Logik ist sie allgemein anerkannt.

Über den Sinn der Implikation „wenn p , so q “ gab es im Altertum mannigfache Streitigkeiten¹⁴⁾. Den Streit scheint *Philon* der Megariker hervorgerufen zu haben, der als erster die Implikation in ganz derselben Weise, wie es heute geschieht, als Wahrheitsfunktion definierte. Nach *Philon* nämlich ist die Implikation dann und nur dann *wahr*, wenn sie *stet* mit dem *Wahren* beginnt und mit dem *Falschen* endigt. In drei Fällen ist somit die Implikation wahr: erstens, wenn sowohl ihr Vorderatz als ihr Nachatz wahr sind, zweitens, wenn sowohl ihr Vorderatz als ihr Nachatz falsch sind, und drittens, wenn ihr Vorderatz falsch und ihr Nachatz wahr ist; und nur in *einem* Falle ist die Implikation falsch, nämlich dann, wenn ihr Vorderatz wahr und ihr Nachatz falsch ist¹⁵⁾. Ein anderer Megariker, *Diodoros Kronos*, behauptete dagegen, die Implikation sei dann und nur dann wahr, wenn es weder *möglich* war noch *möglich* ist, daß sie mit dem *Wahren* beginnt und mit dem *Falschen* endigt¹⁶⁾. Dieser antike Streit um den Begriff der Implikation, den *Kallichos* in einem Epigramm verewigte („es krähen schon die Raben auf den Dächern, welche Implikationen richtig sind“¹⁷⁾), erinnert an die Polemik, die ein moderner Anhänger des *Diodoros*, *C. I. Lewis*, gegen die übrigen Vertreter der Logik führt¹⁸⁾. In der stoischen Schule wurde die *Philonische* Definition rezipiert. *Sextus* wenigstens schreibt diesen Begriff auch direkt den Stoikern zu¹⁹⁾.

Die *Konjunktion* „ p und q “ wird von den Stoikern als Wahrheitsfunktion definiert. Sie ist dann und nur dann wahr, wenn ihre beiden Glieder wahr sind; sonst ist sie falsch²⁰⁾.

Eine analoge Definition der *Disjunktion* „ p oder q “ findet sich in den auf uns gekommenen Fragmenten der stoischen Logik nicht vor.

Aus den Schlussregeln, die *Chrysiptos* für die Disjunktion aufstellte, entnehmen wir, daß er die Disjunktion als eine ausschließende „Entweder-oder-Verknüpfung“ betrachtete. Nach *Chrysiptos* also können in einer wahren Disjunktion die beiden Disjunktionsglieder nicht zugleich wahr sein. Das scheint sich später geändert zu haben. Es kommt die Überzeugung auf, daß der Ausdruck „ p oder q “ mit der Implikation „wenn nicht- p , so q “ gleichbedeutend ist²¹⁾. Dann hätten wir aber nicht mehr mit der ausschließenden Disjunktion zu tun, sondern mit der nichtausschließenden *Alternative*. Im Mittelalter, wie wir weiter unten sehen werden, tritt schon der nichtausschließende Charakter der Disjunktion ganz klar zutage.

Alle oben aufgezählten logischen Funktionen kommen in den Schlussformeln der stoischen Dialektik vor. Von den Schlussformeln werden die einen als „unbeweisbar“ betrachtet, also sozusagen *axiomatisch* als richtig angenommen, die anderen werden auf die unbeweisbaren zurückgeführt.

Die unbeweisbaren Schlussformeln oder Syllogismen soll *Chrysiptos* aufgestellt haben. Es sind dies die folgenden fünf (die Variablen bezeichne ich nicht mit Ordnungszahlen, sondern mit Buchstaben):

- I. Wenn p , so q ; nun aber p ; also q .
- II. Wenn p , so q ; nun aber nicht- q ; also nicht- p .
- III. Nicht zugleich p und q ; nun aber p ; also nicht- q .
- IV. Entweder p oder q ; nun aber p ; also nicht- q .
- V. Entweder p oder q ; nun aber nicht- q ; also p ²²⁾.

Aus dem vierten Syllogismus erfieht man, daß die Disjunktion als ausschließende „Entweder-oder-Verknüpfung“ aufgefaßt wird. Für die nichtausschließende Alternative ist dieser Syllogismus nicht gültig²³⁾.

Die Zurückführung abgeleiteter Schlussformeln auf die unbeweisbaren ist ein Musterstück logischen Scharfsinns. Darüber berichtet *Sextus*, der die dialektische Technologie der Stoiker gründlich versteht und zu den besten Quellen der stoischen Logik gerechnet werden muß. Mit einer Klarheit, die nichts zu wünschen übrigläßt, berichtet er z. B., wie die Stoiker die Schlussformel: „wenn p und q , so r ; nun aber nicht- r , jedoch p ; also nicht- q “, auf den zweiten und dritten unbeweisbaren Syllogismus reduzierten: Aus den Prämissen „wenn p und q , so r “ sowie „nicht- r “ bekommt man auf Grund des zweiten Syllogismus die Konklusion „nicht zugleich p und q “. Aus

dieser Konklusion und der übriggebliebenen Prämisse „ p “ ergibt sich aber nach dem dritten Syllogismus „nicht- q “²⁹⁾.

Unverständlich blieb für Prantl ein anderes von Sextus angeführtes Beispiel, in welchem zweimal der erste Syllogismus angewendet wird. Das Beispiel lautet in allgemeiner Fassung: „wenn p , so wenn p , so q ; nun aber p ; also q “. Die Zurückführung geht in folgender Weise vor sich: Aus den Prämissen „wenn p , so wenn p , so q “ und „ p “ bekommt man zunächst auf Grund des ersten Syllogismus die Konklusion „wenn p , so q “. Aus dieser Konklusion und der Prämisse „ p “ ergibt sich wieder nach dem ersten Syllogismus „ q “²⁹⁾. Die hier behandelte Schlussformel ist höchst interessant; sie entspricht nämlich einer Thele des Ausagenkalküls, die unlängst von Hilbert und Bernays zum Rang eines Axioms erhoben wurde²⁹⁾.

Die Anzahl der abgeleiteten Schlussformeln soll sehr groß gewesen sein²⁹⁾. Von den auf uns gekommenen Schlussformeln verdient unsere Aufmerksamkeit noch der folgende Syllogismus, den Origenes anführt: „Wenn p , so q ; wenn p , so nicht- q ; also nicht- p “. Auch das Beispiel, das hierzu gegeben wird, ist sehr interessant: „Wenn du weißt, daß du tot bist, so bist du tot (denn man kann nicht etwas Falsches wissen); wenn du weißt, daß du tot bist, so bist du nicht tot (denn der Tote weiß nichts); also weißt du nicht, daß du tot bist“²⁹⁾. Die obige Stelle aus Origenes ist überdies auch deshalb wichtig, weil sie uns Aufschluß gibt über die Bedeutung eines bisher irrtümlich gedeuteten Ausdrucks der stoischen Dialektik²⁹⁾.

Im Zusammenhang mit der stoischen Ausagenlogik möchte ich noch einige Fragen allgemeiner Natur berühren. Es wird immer wieder den Stoikern vorgeworfen, daß in ihrer Logik sowohl der allertivialste Empirismus als auch der leerste Formalismus zum Vorschein kommt. So sagt z. B. Prantl (I, S. 457), indem er die von den Stoikern gegebenen Beispiele für die Implikation anführt, es seien dies „Beispiele, aus welchen doch hinreichend ersichtlich ist, daß sowohl das plumpste empirische Kriterium vorliegt als auch an jedem Verständnis des Kausalnexus zwischen Wesen und Inhärenzen es gänzlich gebricht“. Das abfällige Urteil Prantls ist nicht begründet. Werden für logische Formeln Beispiele aus der Empirie gegeben, so muß doch für solche Beispiele das Wahrheitskriterium irgendwie empirisch sein. Die Beispiele gehören jedoch nicht zur Logik, und in der Logik selbst findet man bei den Stoikern auch nicht die geringste Spur von Empirismus. Wenn es heißt, daß es den

Stoikern an Verständnis für den Kausalnexus gebricht, so läßt sich daraus nur das Eine entnehmen, daß Prantl den von der Soa rezipierten Philonischen Begriff der Implikation gar nicht versteht. In der zweierartigen Logik kann es keinen anderen Begriff der Implikation geben, als den Philonischen. Das hat weder mit dem Empirismus noch mit dem Kausalnexus etwas zu tun, denn der Ausdruck „wenn p , so q “ bedeutet nicht dasselbe, wie „aus p folgt q “.

Der Vorwurf des Formalismus, der bereits im Altertum öfters erhoben wurde²⁹⁾, ist zwar berechtigt, nur daß er in unseren Augen gar kein Vorwurf ist. Der Formalismus, oder besser gesagt, die *Formalisation*, bedeutet die ideale Exaktheit, die jedes deduktive System zu erreichen strebt. Wir sagen nämlich, daß ein deduktives, axiomatisch aufgebautes System *formalisiert* ist, wenn die Richtigkeit der Ableitungen im System nachgeprüft werden kann, ohne daß man auf die *Bedeutungen* der in den Ableitungen benutzten Ausdrücke und Symbole zurückzugehen braucht, sofern man nur die Schlussregeln versteht. In diesem Sinne haben die Stoiker den Formalismus angebahnt, und das kann ihnen nicht hoch genug angerechnet werden. Sie hielten sich streng an *Worte*, und nicht an deren *Bedeutungen*, was die Hauptbedingung der Formalisation ist, und zwar taten sie das im bewußten Gegensatz zu den Peripatetikern. Alexander äußert sich gelegentlich, daß das Wesen des Syllogismus nicht in Worten liegt, sondern darin, was die Worte bedeuten²⁹⁾. Die Stoiker würden gewiß das Entgegengesetzte behaupten. Denn trotzdem sie z. B. annahmen, daß die Ausdrücke „wenn p , so q “ und „aus p folgt q “ gleichbedeutend sind, was übrigens nicht richtig ist, so bezeichneten sie doch die Schlussformel: „aus p folgt q ; nun aber p ; also q “ nicht als einen Syllogismus, wenn auch die nach ihrer Ansicht gleichbedeutende Formel: „wenn p , so q ; nun aber p ; also q “ ein Syllogismus ist²⁹⁾.

Im Anschluß an diesen Gegensatz zwischen der stoischen und der peripatetischen Schule drängt sich uns schließlich die Frage auf, ob die Stoiker von der prinzipiellen Bedeutung ihrer Ausagenlogik etwas gewußt haben, und insbesondere, ob sie sich bewußt waren, ein von dem Aristotelischen verschiedenes System der Logik geschaffen zu haben. Den ersten Teil dieser Frage glaubt Scholz verneinen zu müssen²⁹⁾. Über den zweiten Teil der Frage stehen uns zwei bisher wenig beachtete Nachrichten zur Verfügung.

Im Kommentar zur Aristotelischen Topik zählt Alexander unter dem Stichwort „synkritische Probleme“ einige im Altertum

diskutierte Streitfragen auf, wie z. B. ob der Mond größer sei als die Erde, oder ob das chirurgische Heilverfahren dem Verfahren durch Arzneimittel vorzuziehen sei. Dabei erwähnt er auch folgende vergleichende Probleme aus der Logik: „ob die Induktion überzeugender sei als der Syllogismus, und welcher Syllogismus der erste sei, der kategorische oder der hypothetische, und welche Schlussfigur die erste oder die bessere sei“³⁹).

Es interessiert uns hier die *zweite* Frage, welcher Syllogismus der erste sei, der kategorische oder der hypothetische. Nun ist der kategorische Syllogismus der Aristotelische, der hypothetische dagegen der stoische. Unsere Streitfrage betrifft daher das Verhältnis der Aristotelischen Logik zur stoischen, und geht darauf hinaus, festzustellen, welches von diesen Systemen das *erste*, d. h. nach meinem Urteil, das *logisch frühere* ist.

Eine Antwort auf diese Frage finden wir in der höchst interessanten von Galenus verfaßten Einleitung in die Logik. Galenus berichtet, daß Boethos, nach Ammonius der erste seit Aristoteles Vorfeher der peripatetischen Schule, der zu den scharfsinnigsten Logikern seiner Zeit gezählt wurde, obwohl selbst ein Peripatetiker, die hypothetischen, nicht aber die kategorischen Syllogismen als die ersten betrachtete. Demgegenüber erhebt Galenus den Einwurf, daß die kategorischen Prämissen als einfache Aussagen logisch frühere sind, als die aus ihnen zusammengesetzten hypothetischen. Er scheint jedoch diesem Argument sowie der ganzen Streitfrage keine größere Bedeutung beizulegen, denn er meint, es sei bei diesen Streitigkeiten weder viel zu finden noch viel zu verlieren. Man müsse eben sowohl die einen Syllogismen kennenlernen, als auch die anderen; aber in welcher Reihenfolge das geschehen soll oder welche von ihnen als die ersten bezeichnet werden sollen, das möge jeder nach seinem Belieben entscheiden⁴⁰).

Aus diesen beiden Fragmenten dürfen wir m. E. den Schluß ziehen, daß den Stoikern nicht nur die Verschiedenheit ihres eigenen logischen Systems von dem Aristotelischen bewußt war, sondern daß sie auch das Verhältnis der beiden Systeme zueinander richtig beurteilten. Wir wissen heute, daß die Aussagenlogik ein logisch früheres System ist, als die Namenlogik. Analysiert man die Beweisweise, die Aristoteles in der Analytik führt, um die Syllogismen der zweiten und der dritten Figur auf die Syllogismen der ersten Figur zurückzuführen, so sieht man deutlich, daß überall Theilen aus der Aussagenlogik zu Hilfe genommen werden müssen. Der Syl-

logismus, der später den Namen „Baroco“ erhielt, läßt sich auf „Barbara“ ohne die aussagenlogische Theile „wenn (wenn p und q , so r), so (wenn p und nicht- r , so nicht- q)“ nicht formal zurückführen. Nun entspricht dieser Theile eine Schlussformel, welche, wie wir oben gesehen haben, den Stoikern gut bekannt war. Es ist im höchsten Grade wahrscheinlich, daß die Anwendung dieser Schlussformel auf die Aristotelischen Syllogismen den Stoikern nicht entgangen ist. Wir wissen auch, daß der Aussagenlogik eine bei weitem größere Bedeutung zukommt, als jenem dürftigen Fragment der Namenlogik, das in der Syllogistik des Aristoteles verkörpert ist. Die Aussagenlogik ist das Fundament aller logischen und mathematischen Systeme. Wir müssen den Stoikern dankbar sein, daß sie die Grundlagen zu dieser herrlichen Theorie gelegt haben.

Daß stoische Einflüsse im Mittelalter fortwirken, davon weiß Prantl viel zu erzählen; daß aber die von den Stoikern geschaffene *Aussagenlogik* im Mittelalter eine weitere Entwicklung erfährt, davon scheint bisher niemand gewußt zu haben. Es ist nur wieder nicht möglich, in alle Einzelheiten einzugehen, zumal die Quellen für die mittelalterliche Logik schwer zugänglich sind. Im folgenden will ich nur davon kurz Rechenschaft geben, was in den Summulae logicales des Petrus Hispanus, diesem klassischen Handbuch der mittelalterlichen Logik, samt dem Kommentar des Verlorius dazu, sowie in den Schriften des subtilen Duns Scotus über die Aussagenlogik zu finden ist. Das schon im Altertum umstrittene Philonische Kriterium der wahren Implikation scheint dem Petrus Hispanus nicht bekannt zu sein. Dafür tritt bei ihm unter dem Namen der *Disjunktion* an Stelle der *Chrysipeischen* „Entweder-oder-Verknüpfung“ die nichtausschließende *Alternative* auf, und diese wird als Wahrheitsfunktion definiert⁴¹. Wir erfahren nämlich, daß die Disjunktion, d. i. die Verknüpfung zweier Aussagen mittels des Bindeworts „vel“, dann und nur dann falsch ist, wenn ihre beiden Glieder falsch sind. Sonst ist sie wahr, selbst dann, wenn ihre *beiden* Glieder wahr sind, was jedoch mit einem gewissen Widerstreben anerkannt wird⁴²).

Im Kommentar werden folgende zwei Schlussregeln für die Disjunktion aufgestellt: Es kann erstens aus der Disjunktion und der Negation des einen Gliedes das andere Glied erschlossen werden, z. B.: „Der Mensch ist ein Lebewesen oder das Pferd ist ein Stein; nun aber ist das Pferd kein Stein; also ist der Mensch ein Lebewesen.“ Das ist eben der fünfte unbeweisbare Syllogismus der

Stoiker; der vierte fehlt natürlich, da er nur für die ausschließende Disjunktion gültig ist. Zweitens, aus der Wahrheit des einen Gliedes kann die Wahrheit der Disjunktion erschlossen werden, z. B.: „Der Mensch läuft, also ist der Mensch ein Esel oder der Mensch läuft“³⁸). Die Beispiele sind grotesk, nichtsdestoweniger sind sie klar genug. Die zweite Regel ist neu. In stoischen Texten kommt sie nicht vor. Übrigens ist sie nur unter *der* Bedingung richtig, daß man die Disjunktion als nichtausschließende Alternative auffaßt.

Die Konjunktion, die hier den Namen der *kopulativen* Aussage führt, wird von Petrus Hispanus in ebendieselben Weise als Wahrheitfunktion definiert, wie von den Stoikern. Neu scheint nur die Schlussregel zu sein, die im Kommentar hinzugefügt wird: Aus der Konjunktion kann jedes ihrer Glieder erschlossen werden, z. B.: „Der Mensch ist ein Lebewesen und Gott ist, also ist der Mensch ein Lebewesen“³⁹).

Im Zusammenhang damit findet man im Kommentar zu Petrus Hispanus die folgende schöne Bemerkung: Eine Konjunktion, heißt es, und eine Disjunktion mit einander widersprechenden Gliedern widersprechen einander⁴⁰). Damit soll gelagt werden, daß folgende Aussagen zueinander im Widerspruch stehen: „ p und q “ sowie „nicht- p oder nicht- q “, ebenso „ p oder q “ sowie „nicht- p und nicht- q “. Mit anderen Worten, „ p und q “ ist der Negation von „nicht- p oder nicht- q “ äquivalent, ebenso wie „ p oder q “ der Negation von „nicht- p und nicht- q “. Daraus ergibt sich, daß die sogenannten De Morgan'schen Gesetze lange vor De Morgan bekannt waren.

Zuletzt lesen wir im Kommentar an ebendieselben Stelle, daß das kontradiktorische Gegenteil einer Aussage nicht „wahrer“ gebildet werden kann, als daß man der Aussage das Negationszeichen *voran-* *stellt*⁴¹). Hier tritt der stoische Einfluß, wie wir schon oben erwähnt haben, besonders deutlich hervor. Alle obigen Schlussregeln, sowie die zuletzt angeführte Bemerkung findet man auch bei Duns Scotus. Es scheint also, daß sie im Mittelalter allgemein anerkannt waren.

Die stoische Aussagenlogik lebt im Mittelalter insbesondere in der Lehre von den „Konsequenzen“ fort. Unter einer *Konsequenz* verstehen die mittelalterlichen Logiker sowohl eine Implikation, als auch eine Schlussformel vom Typus „ p , also q “, wobei „ p “ und „ q “ Aussagen sind. In der Regel jedoch werden die Konsequenzen als *Schlussformeln* dargestellt⁴²). Die Konsequenzen werden in formale

und materiale eingeteilt. *Formal* ist die Konsequenz, wenn sie für alle Terme gilt bei der gleichen Anordnung und Form dieser Terme; im entgegengesetzten Falle heißt sie *material*. Formale Konsequenzen sind als logische Gesetze immer richtig. Eine materiale Konsequenz ist nur dann richtig oder „gut“ („bona“), wenn sie durch Hinzunahme einer wahren Aussage als Prämisse zu einer formalen Konsequenz reduziert werden kann. Ist die Aussage, die hinzugenommen werden soll, notwendig wahr, so heißt die Konsequenz „bona simpliciter“, ist sie nur kontingent wahr, so heißt die Konsequenz „bona ut nunc“. Der letztere Unterschied scheint mir keine größere Bedeutung zu haben⁴³).

In späteren mittelalterlichen Handbüchern der Logik werden nun im Kapitel „de consequentiis“ unter verschiedenen anderen formalen Konsequenzen auch solche angeführt, die zur Aussagenlogik gehören. Einige von diesen Konsequenzen haben wir schon oben kennengelernt. Es wäre wünschenswert, daß jemand sich die Mühe nimmt, *alle* zusammenzufassen; dann hätten wir ein *vollst.* Bild von der Aussagenlogik des Mittelalters.

Die Lehre von den Konsequenzen verdient aber noch aus einem anderen Grunde die größte Beachtung. Aus dem hier aufgestellten Begriff der materialen Konsequenz kann ganz folgerichtig und auf eine völlig unerwartete Weise der im Mittelalter vergebene *Philosophische* Begriff der Implikation wiederabgeleitet werden. Es lohnt sich, auf diese Ableitung näher einzugehen.

Der Schlussformel „ p , also q “ entspricht die Implikation „wenn p , so q “; beide Formen werden sogar in gleicher Weise als Konsequenzen bezeichnet. Einer guten Konsequenz entspricht somit eine wahre Implikation, und umgekehrt. Eine materiale Konsequenz ist gut, wenn sie durch Hinzunahme einer wahren Prämisse in eine formale Konsequenz verwandelt werden kann. Daraus ergibt sich zuerst, daß jede Implikation, deren Nachsatz wahr ist, wahr sein muß. Ist nämlich „ q “ wahr, so ist die materiale Konsequenz „ p , also q “ für beliebiges p gut; denn wird die laut Voraussetzung wahre Aussage „ q “ als Prämisse hinzugenommen, so erhält man die Schlussformel „ p und q , also q “, und diese Schlussformel ist eine *formale* Konsequenz, wie wir schon oben gesehen haben. Es ergibt sich zweitens, daß jede Implikation, deren Vorderatz falsch ist, auch wahr sein muß. Ist nämlich „ p “ falsch, so ist die materiale Konsequenz „ p , also q “ für beliebiges q gut; denn wird die wahre Aussage „nicht- p “, d. h. das kontradiktorische Gegenteil der laut Voraus-

fetzung fallchen Auslage „ p “, als Prämissen hinzugenommen, so bekommt man die Schlussregel „ p und nicht- p , also q “, und diese Schlussregel ist eine *formale* Konsequenz, wie wir weiter unten sehen werden. In drei Fällen somit („wahr-wahr“, „falsch-wahr“ und „falsch-falsch“) ist die Implikation wahr; im vierten Fall („wahr-falsch“) ist sie selbstverständlich falsch. Damit ist die Implikation streng nach Philonischem Muster als eine Wahrheitsfunktion definiert.

Duns Scotus scheint diese Folgerung entgangen zu sein. Doch hat er alle Voraussetzungen dazu klar erkannt. Er weiß nämlich, daß jede falsche Auslage eine beliebige andere Auslage in einer guten materialen Konsequenz nach sich zieht, ebenso wie jede wahre Auslage in einer guten materialen Konsequenz sich aus einer beliebigen anderen Auslage ergibt. Und er beweist schließlich, daß aus einer Auslage, die einen formalen Widerspruch enthält, jede beliebige Auslage in *formaler* Konsequenz abgeleitet werden kann⁴⁸⁾. Der Beweis wird an einem Beispiel geführt und lautet wie folgt: Die Konsequenz „Sokrates läuft und Sokrates läuft nicht, also bist du in Rom“ ist formal richtig. Aus der Konjunktion nämlich „Sokrates läuft und Sokrates läuft nicht“ ergibt sich in formaler Konsequenz sowohl die Auslage „Sokrates läuft“, als auch die Auslage „Sokrates läuft nicht“. Aus der Auslage „Sokrates läuft“ folgt wieder in formaler Konsequenz die Disjunktion „Sokrates läuft oder du bist in Rom“. Aus dieser Disjunktion und der Negation ihres ersten Gliedes bekommt man endlich in formaler Konsequenz die Auslage „du bist in Rom“⁴⁹⁾. Mit dem Zusammenbruch der mittelalterlichen Scholastik sind alle diese schönen Untersuchungen in gänzliche Vergessenheit geraten.

Die „philosophische“ Logik der Neuzeit ist von der Psychologie und Erkenntnistheorie durch und durch verleuchtet. Für formallogische Fragen hat sie kein Verständnis noch Interesse. Allenfalls wird noch die Aristotelische Syllogistik in traditioneller Verunftaltung berücksichtigt, von der Auslagenlogik findet man kaum eine Spur. Vergeblich sucht man nach neuen, exakt formulierten und methodisch gelösten Problemen. Alles zerfließt in vagen philosophischen Spekulationen.

Ihre Wiedergeburt erfährt die neuzeitliche Logik aus dem Geiste der Mathematik. In der „mathematischen“ Logik oder *Logik* steht eine neue Logik, die sich in wenigen Jahrzehnten zur vollen Blüte entfaltet. Damit kommt auch die Auslagenlogik wieder zu ihrem Recht. Und da begegnen wir auf einmal einem in der Ge-

sichte der Logik einzigartigen Phänomen: Ganz unvermittelt, ohne daß es möglich wäre, eine historische Erklärung anzugeben, entspringt die moderne Aussagenlogik in einer beinahe höchsten Vollkommenheit dem genialen Kopfe Gottlob Freges, dieses größten Logikers unserer Zeiten. Im Jahre 1879 gibt Frege eine kleine, aber inhaltlich schwerwiegende Abhandlung heraus unter dem Titel: „Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens“. In dieser Abhandlung ist die ganze Aussagenlogik zum erstenmal in streng axiomatischer Form als deduktives System aufgestellt⁵⁰⁾. Das Frege'sche System der Aussagenlogik ist auf zwei Grundbegriffen aufgebaut, auf der Negation und der Implikation. Die Implikation wird als Wahrheitsfunktion in ganz derselben Weise definiert, wie es vor mehr als 2000 Jahren Philon getan hat. Andere Funktionen werden nicht eingeführt, doch kann der Ausdruck „wenn nicht- p , so q “ auch als „ p oder q “ gelesen werden, und der Ausdruck „nicht- (wenn p , so nicht- q)“ als „ p und q “. Mit Hilfe der Grundbegriffe werden sechs „Kernsätze“ oder Axiome aufgestellt, aus denen alle anderen Theoreme der Aussagenlogik vermittle zwei Schlussregeln abgeleitet werden können, und zwar mittels der *Abtrennungsregel*, die ausdrücklich als Schlussregel formuliert wird, und der *Einsetzungsregel*, die nur angewendet, aber nicht formuliert wird. Als Abtrennungsregel (der Name stammt nicht von Frege) fungiert der erste unbeweisbare Syllogismus der Stoiker: Sind sowohl die Implikation „wenn α , so β “ als auch der Vorderatz dieser Implikation „ α “ anerkannte Thelemen des Systems, so darf auch der Nachsatz dieser Implikation „ β “ anerkannt und als neue Thele von der Implikation abgetrennt werden. Was die Einsetzungsregel anbelangt, so dürfen für die Variablen nur sinnvolle Ausdrücke eingesetzt werden. *Sinnvolle* Ausdrücke (dieser Begriff kommt übrigens in der „Begriffsschrift“ nicht vor) sind zunächst die Variablen, sodann Negationen vom Typus „nicht- α “ sofern „ α “ ein sinnvoller Ausdruck ist, schließlich Implikationen vom Typus „wenn α , so β “, sofern „ α “ und „ β “ sinnvolle Ausdrücke sind. Die Thelemen des Systems, d. h. Axiome und Theoreme, werden in einer Symbolik ausgedrückt, die aus senkrechten und waagrechteten Strichen besteht und äußerst viel Raum einnimmt. Diese Frege'sche Symbolik hat aber den Vorteil, daß alle Interpunktionszeichen, wie Klammern, Punkte und dgl., vermieden werden. Es ist mir gelungen, eine einfachere klammerfreie Symbolik zu erfinden, die möglichst wenig Raum beansprucht. Die Klammern

werden dadurch vermieden, daß man die Funktionen „wenn“ und „nicht“ den Argumenten voranstellt. Der Ausdruck „wenn p , so q “ wird in meiner Symbolik durch „ Cpq “ dargestellt, „nicht- p “ durch „ Np “. Zu jedem „ C “ gehören als Argumente zwei unmittelbar auf „ C “ folgende sinnvolle Ausdrücke, zu jedem „ N “ gehört ein solcher Ausdruck. Die $F r e g e$ sehen Axiome nehmen in dieser Symbolik die folgende Gestalt an:

- I $CpCqp$
- II $CCpCCqrCCpqCpr$
- III $CCpCCqrCCqCpr$
- IV $CCpqCNqNp$
- V $CNNpp$
- VI $CpNNp$.

Dieses Axiomensystem ist vollständig, d. h. alle richtigen Theoreme der Aussagenlogik können aus ihm mittels der beiden Schlussregeln abgeleitet werden. Es hat nur einen „Schönheitsfehler“: Das System ist nicht unabhängig, denn das dritte Axiom kann aus den zwei ersten erschlossen werden. Die Ableitung, die hier unten durchgeführt ist, gibt auch zugleich eine Vorfellung davon, wie ein modernes formalisiertes System der Aussagenlogik aussieht. Zur Erläuterung der Ableitungsrechnung füge ich folgende Bemerkungen hinzu¹⁾: Vor einer jeden abzuleitenden These, die alle mit laufenden Nummern versehen und dadurch als Theoreme kenntlich sind, befindet sich eine nicht-nummerierte Zeile, die von mir die „Beweiszeile“ genannt wird. Jede Beweiszeile besteht aus zwei Teilen, die durch das Zeichen „ \times “ getrennt sind. Was vor und nach diesem Trennungszeichen steht, bezeichnet dieselbe Formel, nur auf eine andere Weise. Vor dem Trennungszeichen ist die Einsetzung angegeben, die an einer bereits gegebenen These ausgeführt werden soll. Z. B. in der Beweiszeile, die zur These I gehört, bedeutet der Ausdruck „ $p/CCpCCqrCCpqCpr, q/Cqr$ “, daß in I für „ p “ „ $CCpCCqrCCpqCpr$ “ und für „ q “ „ Cqr “ eingesetzt werden soll. Die These, die durch diese Einsetzung entsteht, ist im Beweissgang der Kürze halber weggelassen; sie sieht folgendermaßen aus:

$$I' \quad CCCpCCqrCCpqCprCCqrCCpCCqrCCpqCpr$$

Der Ausdruck nach dem Trennungszeichen „ $CI-I'$ “ deutet die Konstruktion ebendieser These I' an, und zwar in einer solchen Weise, die einleuchtend klar macht, daß auf I' die Abtrennungs-

regel angewendet werden kann. Man sieht nämlich, daß These I' vom Typus „ $C\alpha\beta$ “ ist, wo „ α “ das Axiom II bezeichnet; also kann von ihr „ β “, oder I , als neue These abgetrennt werden. Bis zur These 3 ist die Ableitung genau dem $F r e g e$ sehen Gedankengang nachgebildet.

- I $CpCqp$
- II $CCpCCqrCCpqCpr$
- *
- I $p/CCpCCqrCCpqCpr, q/Cqr \times CI-I$
- 1 $CCqrCCpCCqrCCpqCpr$
- II $p/Cqr, q/CpCCqr, r/CCpqCpr \times C1-2$
- 2 $CCCqrCCpCCqrCCqrCCpqCpr$
- $2 \times CI1/Cqr, q/p-3$
- 3 $CCqrCCpqCpr$
- II $p/Cqr, q/Cpq, r/Cpr \times C3-4$
- 4 $CCGqrCCpqCCqrCpr$
- I $p/CpCCqp, q/r \times CI-5$
- 5 $CrCpCCqp$
- 4 $q/Cpq, p/q \times Cr/CCpqr, p/q, q/p-6$
- 6 $CCCpqrCqr$
- 3 $q/CCpqr, r/Cqr, p/s \times C6-7$
- 7 $CCsCCpqrCsCqr$
- 7 $s/CpCCqr, r/Cpr \times CI-8$
- 8 $CCpCCqrCqCpr$ (III)

Die von den Stoikern begründete, von den Scholastikern fortgeführte und von $F r e g e$ axiomatisch aufgebaute zweierwertige Aussagenlogik steht nunmehr als ein fertiges System vor unseren Augen da. Die wissenschaftliche Forschung kennt jedoch keine Grenzen. In den „mehrwertigen“ Systemen der Aussagenlogik ist in den letzten Jahren ein neues Forschungsgebiet entstanden, das überragende und bisher ungeahnte Ausblicke eröffnet. Über diese neue Logik wird jedoch die Geschichte erst in der Zukunft zu berichten haben.

1) Sextus adv. math. VIII 292 (fehlt bei Arnim); $\epsilon\acute{\iota}$ $\tau\acute{o}$ $\pi\epsilon\acute{o}\tau\acute{o}\rho\omega\nu$, $\tau\acute{o}$ $\pi\epsilon\acute{o}\tau\acute{o}\rho\omega\nu$. — So verdientvoll auch die Sammlung H. v. Arnims ist (Stoicorum veterum fossilium Dialektik bei weitem nicht aus. 2) Alexander in anal. pr. comm. ed. Wallies, S. 34, 19; $\eta\beta\epsilon\sigma\tau\alpha$... $\tau\acute{o}$ Δ $\tau\acute{o}\nu$ $\tau\acute{o}\nu$ Δ $\mu\eta$ $\upsilon\alpha\delta\alpha\gamma\omega\nu$, $\delta\eta\alpha\gamma$ $\acute{\alpha}\tau\omicron\mu\omega\nu$. 3) K. Prantl, Geschichte der Logik im Abendlande, Bd. I-IV, Leipzig 1855-70, Bd. II, 2. Aufl., Leipzig 1885. 4) Sextus adv. math. VIII 227 (Arnim II 242, S. 81, 22); $\epsilon\acute{\iota}$ $\tau\acute{o}$ $\pi\epsilon\acute{o}\tau\acute{o}\rho\omega\nu$, $\tau\acute{o}$ $\delta\epsilon\upsilon\tau\epsilon\acute{\rho}\omega\nu$ $\tau\acute{o}$ $\delta\epsilon$ $\eta\epsilon$ $\pi\epsilon\acute{o}\tau\acute{o}\rho\omega\nu$ $\tau\acute{o}$ $\delta\epsilon\alpha$ $\delta\epsilon\upsilon\tau\epsilon\acute{\rho}\omega\nu$.

