

das Letztere falsch, das Erstere richtig ist. Ein Uebelstand bei Schröders Vorschlage ist ferner, dass er noch ein Zeichen der Vereinnahmung nöthig macht.

Es würde zu weit führen, wenn ich auf alle einzelnen Ausstellungen Schröders antworten wollte. Es mag zunächst genügen, seine falsche Auffassung des Zwecks der Begriffsschrift be- richtigigt und damit die Unrichtigkeit wenigstens eines Thales seiner tadelnden Bemerkungen gezeigt zu haben. Hätte er versucht, einige Formeln des dritten Abschnittes meiner Schrift und die, welche ich vor einiger Zeit die Ehre hatte Ihnen vorzuführen, in die, wie er sagt, bessere Schreibweise zu übertragen, so hätte er an der Schwierigkeit dieses Unternehmens die Irrigkeit seiner Auffassung erkannt.

Immerhin bin ich ihm für die Besprechung meiner Schrift dankbar.

[48]

Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift.*

Ob den abstrakteren Theilen der Wissenschaft macht sich immer aufs Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, sich verständliche bei klaren und zugleich sicher im eignen Denken zu vernehmen. Selbe haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache. Denn der sinnlichen Zeichen bedürfen wir nun einmal zum Denken. Unsere Klümmersamkeit ist von Natur nach außen gerichtet. Die Sinneseindrücke überragen die Er- innerungsbilder an Gehörbarkeit so sehr, daß sie den Verlauf unserer Vorstellungen zunächst wie bei den Thieren fast allein bestimmen. Und dieser Gehörbarkeit würden wir auch kaum se- entzinnen können, wenn nicht die Außenwelt auch einigermaßen von uns abhängig wäre. Schon die meisten Thiere haben durch die Gehörbarkeit der Drieveränderung einen Einfluß auf ihre Sinnes- eindrücke: sie können die einen fliehen, die andern suchen. Und

* Siehe Textkritische Bemerkungen. Anm. des Hrsgs.

[49]

107

daß nicht allein: sie können auch ungeschaltet auf die Dinge wirken. Diese Gehörbarkeit hat nun der Mensch in bei weitem größterem Maße. Dennoch würde unser Vorstellungsverlauf auch dadurch noch nicht die volle Freiheit gewinnen; er würde auf das Beschränkt sein, was unsere Hand gestalten, unsere Stimme zu hören vermag, ohne die große Erfindung der Zeichen, die uns gegenwärtig machen, was abwesend, unsichtbar, vielmehr unsinnlich ist. Ich leugne nicht, daß auch ohne Zeichen die Wahrnehmung eines Dinges einen Kreis von Erinnerungsbildern um sich sammeln kann. Aber wir können diesen nicht weiter nachgehen: eine neue Wahrnehmung läßt diese Bilder in Macht verlieren und andere aufsteigen. Wenn wir aber das Zeichen einer Vorstellung hervorbringen, an die wir durch eine Wahrnehmung erinnert werden, so schaffen wir damit einen neuen festen Mittelpunkt, um den sich Vorstellungen sammeln. Von diesen wählen wir wiederum eine aus, um ihr Zeichen hervorzubringen. So bringen wir Schritt für Schritt in die innere Welt unserer Vorstellungen ein und bewegen uns darin nach Belieben, indem wir das Sinnliche selbst benutzen, um uns von seinem Zwange zu befreien. Die Zeichen sind für das Denken von derselben Bedeutung wie für die Schriftsprache die Erfindung, den Sinn zu gebrauchen, um gegen den Sinn zu setzen. Deshalb verachte niemand die Zeichen! von ihrer zweckmäßigen Zahl hängt nicht wenig ab. Ihr Werth wird auch dadurch nicht vermindert, daß wir nach langer Übung nicht mehr nöthig haben, das Zeichen wirklich hervorzubringen, daß wir nicht mehr laut zu sprechen brauchen, um zu denken; denn in Worten denken wir trotzdem und, wenn nicht in Worten, doch in maßhaltigen oder andern Zeichen.

Wir würden uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begriff- lichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschiedene aber ähnliche Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er

eines ausdrucklichen Verleeres, um uns ersparen zu können. So erstleht uns das Sinnliche die Welt des Unfinstlichen.

Germit sind die Verdienste der Zeiten nicht erschoßli. Es mag indessen genügen, ihre Unverbreitlichkeit darzutun. Die Sprache aber erweist sich als mangelhaft, wenn es sich darum handelt, das Denken vor Fehlern zu bewahren. Sie genügt schon bei ersten Anforderung nicht, die man in dieser Hinsicht an sie stellen muß, bei, einbeutlich zu sein. Ein gefährlichster sind die Galle, in denen die Bedeutungen des Wortes nur wenig verschieden sind, die lesen und hoch nicht gleichgültigen Schwankungen. Von vielen Beispielen mag nur eine durchgehende Erklärung hier ermahnt werden: kaffeler Wort dient zur Erklärung eines Begriffes und eines einzelnen unter vielen fallenden Gegenstandes. Ueberraupt ist kein Unterschied zwischen Begriff und Einzelnem ausgebrägt. „Das Hferb“ kann ein Einzelwesen, es kann auch die Art bezeichnen, wie in dem Sage: „das Hferb ist ein pfangentferendes Thier“. Hferb kann endlich einen Begriff beuten wie in dem Sage: „bied ist ein Hferb“. Die Sprache ist nicht in der Weise durch logische Gesetze beherrscht, daß die Befolgung der Grammatik schon die formale Richtigkeit der Gedankenbewegung verbürgt. Die Formen, in denen das Folgen ausgebrägt wird, sind so vielfältige, so lose und besinnbare, daß sich leicht Voraussetzungen unbemerkt durchschleichen können, die dann bei der Aufklärung der notwendigen Bedingungen für die Richtigkeit des Schlußsatzes übergangen werden. Dieser erhält so eine größere Allgemeinheit als ihm von Rechts wegen zukommt. Selbst ein so gewiffenhafter und strenger Schriftsteller wie Quatib macht vielfach stillschweigend von Voraussetzungen Gebrauch, die er weder unter seinen Grund- sätzen noch unter den Voraussetzungen des besondern Sages ausdrückt. So benützt er im Beweise des 19. Sages des ersten Buches der Elemente (in jedem Dreieck liegt dem größten Winkel die größere Seite gegenüber) stillschweigend die Sage: 1) Wenn eine Gerade nicht größer als eine andere ist, so ist sie gleich dieser oder kleiner als diese.

2) Wenn ein Winkel gleich einem andern ist, so ist er nicht größer als dieser.

3) Wenn ein Winkel kleiner als ein anderer ist, so ist er nicht größer als dieser.

Der Leser wird indessen das Ueberpringen dieser Sätze nur bei besonderer Aufmerksamkeit gewahrt, zumal weil sie den Denk- gesetzen selbst an Ursprünglichkeit so nahe zu kommen scheinen, daß sie wie jene selbst gebraucht werden. Ein streng abgegrenzter Kreis von Formen des Schließens ist in der Sprache eben nicht vorhanden, sobald ein lädenloser Fortgang an der sprachlichen Form von einem Ueberpringen von Zuverlässigkeiten nicht zu unterscheiden ist. Man kann sogar sagen, daß Erleerer in der Sprache fast nicht vorkommt, daß er dem Sprachgefühl widerstrebt, weil er mit einer unrettbaren Mittelschweifigkeit verbunden wäre. Die logischen Beziehungen werden durch die Sprache fast immer nur angedeutet, dem Errathen überlassen, nicht eigentlich ausgebrägt.

Das geschriebene hat vor dem gesprochenen Worte nur die Dauer voraus. Man kann einen Gedankenengang mehrmals überblicken, ohne eine Veränderung beizubringen zu müssen, und ihn so gründlicher auf seine Richtigkeit prüfen. Die Regeln der Logik werden hierbei wie eine Richtschnur äußerlich angewandt, da in dem Wesen der Vorschrift selbst keine genügende Gewähr liegt. Aber auch so entgehen leicht Fehler beim Zuge des Hferben, besonders solche, die aus solchen Verfehllichkeiten der Bedeutung eines Wortes entspringen. Daß wir trotzdem im Leben wie in der Wissenschaft noch so leicht und gerecht sind, verdanken wir den mannichfachen Mitteln der Sprachprüfung, die uns meistens zu Gebote stehen. Die Erfahrung, die räumliche Anschauung bewahren uns vor vielen Fehlern. Die logischen Regeln gewöhnlichen hingegen wenig Schutz, wie Beispiele aus solchen Abfällen zeigen, in denen die Mittel der Sprachprüfung zu versagen anfangen. Diese Regeln haben auch große Mängel, sohen nicht vor Irrthümern bewahrt, und ebenso wenig haben

Die die höhere Maßnahme von Fehlern immer frei gehalten, weil sie dem Inhalte freis äußerlich bleiben.

Die hervorgehobenen Mängel haben ihren Grund in einer gewissen Unelastizität und Unveränderlichkeit der Sprache, die andererseits Beweglichkeit ihrer Umwandlungsfähigkeit und vielseitigen Tauglichkeit ist. Die Sprache kann in dieser Hinsicht mit der Hand verglichen werden, die uns trotz ihrer Stabilität, sich den verschiedensten Aufgaben anpassen, nicht genügt. Wir schaffen uns künstliche Hände, Werkzeugzeuge für besondere Zwecke, die so genau arbeiten, wie die Hand es nicht vermöchte. Und wodurch wohl diese Genauigkeit möglich? Durch eben die Starrheit, die Unveränderlichkeit der Stelle, deren Mangel die Hand so viel seltig geschildert macht. So genügt auch die Wortsprache nicht. Wir bedürfen eines Organes von Fäden, aus dem jede Willkür beugt ist, dessen strenger logischer Form der Inhalt nicht entzerrt sein kann.

Es fragt sich nun, ob die Zeichen für's Ohr oder die für's Auge den Vortzug verdienen. Die Zeichen bieten zunächst den Vortheil, daß man bei ihrer Hervorbringung von äußeren Umständen unabhängig ist. Dann kann besonders die höhere Zweckmäßigkeit der Fäden zu den inneren Vorgängen geltend gemacht werden. Schon die Form des Erscheinens ist für beide die zeitliche Folge; beide sind gleich vergänglich. Insbesondere zum Gemüthsleben haben die Fäden eine innigere Beziehung als Zeichen und Farben; und die menschliche Stimme in ihrer unerblicklichen Miegbarkeit vermag auch den feinsten Willkürungen und Abwandlungen der Gefühle gerecht zu werden. Aber wie wertvoll diese Vorgänge auch für andere Zwecke sein mögen, für die Strenge der Schlußfolgerungen sind sie ohne Bedeutung. Dies enge Zusammenhängen der hörbaren Zeichen an die leiblichen und seelischen Bedingungen der hörbaren Zeichen an die leiblichen und seelischen Bedingungen der Hörbarkeit zu erhalten.

Man anders ist das Zeichen, sind besonders die Zeichen beschränkt. Sie sind im Allgemeinen sehr beschränkt und bewußt unterworfen. Diese Bestimmtheit des geschilderten

Zeichens wird dahin führen, auch das Bezeichnete schärfer auszusprechen. Und gerade solche Wirkung auf die Vorstellungen muß für die Strenge des Schließens erwünscht sein. Sie kann aber nur erzielt werden, wenn das Zeichen unmittelbar die Sache bezeugt.

Ein weiterer Vortzug des Geschriebenen ist die größere Dauer und Unveränderlichkeit. Auch hierin ist es dem Begriffe ähnlich, wie er sein soll, um so unähnlicher freilich beim rasen lösen Willen unserer wahrlichen Bedenkenbewegung. Die Schrift bietet die Möglichkeit dieses gleichzeitig gegenwärtig zu halten, und wenn wir auch nur einen Flecken Theil davon in jedem Augenblicke in's Auge fassen können, so behalten wir doch einen allgemeinen Eindruck auch vom Uebrigen, und dieses steht, wann wir es brauchen, sofort zu unserer Verfügung. Die Sagen verhältniß der Schriftzeichen auf der jeweils ausgeprochenen Schriftstücke können in weit mannichfachere Weise zum Ausdruck innerer Beziehungen verwendet werden als das bloße Sagen und Vortzehen in der einfach ausgeprochenen Zeit, und dies erleichtert die Auffindung dessen, worauf wir unsere Aufmerksamkeit gerichtet werden wollen. In der That entspricht ja auch die einfache Beziehung in keiner Weise der Mannichfaltigkeit der logischen Beziehungen, durch welche die Gedanken unter einander verknüpft sind.

So sind gerade die Eigenschaften, durch welche sich die Schrift von dem Vorstellungsbild weiter entfernt, am meisten geeignet, gewissen Mängeln unserer Sprache abzuwehren. Wenn es sich nicht darum handelt, das natürliche Denken darzustellen, wie es sich in Wechselwirkung mit der Wortsprache gestaltet hat, sondern dessen Einzelheiten zu ergänzen, die sich aus dem engen Zusammenhänge an den einen Sinn des Gedächtnisses ergeben haben, so wird demnach die Schrift dem Raute vorzuziehen sein. Eine solche Schrift muß, um die eigenthümlichen Vorgänge sichtbar Zeichen auszusprechen, von allen Vortzreden gänzlich verstanden sein. Daß diese Vortzüge in der Vortzchrift fast gar nicht zur Geltung kommen, bedarf kaum der Erwähnung. Die gegen

festige Lage der Wörter auf der Schreibfläche hängt zum großen Theile von der Länge der Zeilen ab und ist insofern bedeutungslos. Es geht aber schon andere Arten der Schrift, die jene Vortheile besser ausnutzen. Die arithmetische Formelsprache ist eine Begriffschrift, da sie ohne Vermittelung des Raumes unmittelbar die Sache ausdrückt. Als solche erreicht sie die Stufe, welche den Inhalt eines einfachen Urtheils in einer Zeile unterzubringen gestattet. Solche Inhalte — hier Gleichungen oder Ungleichungen — werden so, wie sie einander folgen, unter einander geschrieben. Wenn aus zweien ein drittes folgt, trennt man den dritten durch einen horizontalen Strich, der mit „folglich“ übersetzt werden kann, von den beiden ersten. In dieser Weise wird die zweifache Ausbeziehung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit verwertet. Das Folgere ist hier sehr einseitig und beruht fast immer darauf, daß gleiche Veranberungen mit gleichen Zahlen vorgenommen auf gleiche Ergebnisse führen. Dies ist nun freilich durchaus nicht die einzige Weise des Schließens in der Arithmetik. Aber, wenn der logische Fortgang anders geschieht, wird es meistens nöthig sein, ihn durch Worte auszubrücken. Es fehlen demnach der arithmetischen Formelsprache Ausdrücke für logische Verhältnisse; und deshalb verleiht sie den Namen einer Begriffschrift nicht im vollen Sinne. Grade umgekehrt ist es bei der von Leibniz*) herrührenden Bezeichnungswelche logischer Beziehungen, die in neuerer Zeit von Boole, R. Grassmann, E. Zevonö, E. Schröder und Andern erneuert ist. Hier hat man zwar die logischen Formen obwohl nicht ganz vollständig; es fehlt aber der Inhalt. Jeder Versuch, hier an die Stelle der einfachen Ausdrücken Ausdrücke von Inhalten, etwa analytische Gleichungen zu setzen, würde durch die Unübersichtlichkeit, Schwerefälligkeit, ja Bedeutlosigkeit der entstehenden Formeln zeigen, wie wenig geeignet diese Bezeichnungswelche zur Bildung einer wahren Begriffschrift ist. Von einer solchen möchte ich

*) Non loalegama speriman demonsttrand in abstracta. Erdm. 9. 94.

Folgendes verlangen. Sie muß für die logischen Beziehungen einfache Ausdrückswelchen haben, die, an Zahl auf das Nothwendige beschränkt, leicht und sicher zu beherrschten sind. Diese Formen müssen geeignet sein, sich mit einem Inhalte auf das Sinnigste zu verbinden. Dabei muß solche Kürze erreicht werden, daß die zweifache Ausbeziehung der Schreibfläche für die Uebersichtlichkeit der Darstellung gut ausgenutzt werden kann. Die Zeichen von inhaltlicher Bedeutung sind weniger wesentlich. Wenn die allgemeinen Formen einmal vorhanden sind, können jene leicht nach Bedürfnis geschaffen werden. Wenn es nicht gelingt oder nicht nöthig erscheint, einen Begriff in seine letzten Bestandtheile zu zerlegen, kann man sich mit vorläufigen Zeichen begnügen.

Man macht sich leicht unnöthige Sorgen über die Ausführbarkeit der Sache. Unmöglich, sagt man, kann durch eine Begriffschrift die Wissenschaft gefördert werden; denn die Erfindung der Ersteren setzt die Vollendung der Letzteren schon voraus. Ganz dieselbe Scheinphilosophie erhebt sich schon bei der Sprache. Diese soll die Entwicke lung der Vernunft unmöglich gemacht haben; aber wie konnte der Mensch die Sprache schaffen ohne Vernunft? Zur Erforschung der Naturgesetze dienen die physikalischen Apparate; diese können nur durch eine sorgfältigere Arbeit hervorgerufen werden, welche wieder auf der Kenntnis der Naturgesetze ruht. Der Streit ist sich in allen Fällen auf dieselbe Weise. Ein Fortschritt in der Physik hat einen solchen in der Technik zur Folge, und dieser macht es möglich, neue Apparate zu bauen, mittels deren wieder die Physik gefördert wird. Die Anwendung auf unsern Fall ergibt sich von selbst.

Ich habe nun versucht*) die mathematische Formelsprache durch Zeichen für die logischen Verhältnisse zu ergänzen, sobald daraus zunächst für das Gebiet der Mathematik eine Begriffschrift hervorgeht, wie ich sie als unabweisbar notwendig dargestellt

*) Begriffschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle a. S., 1879.

habe. Die Verwendung meiner Zeichen auf andern Gebieten wird dadurch nicht ausgeschlossen. Die logischen Begriffsstufungen kehren überall wieder, und die Zeichen für die besondern Umfänge können so gewählt werden, daß sie sich in den Rahmen der Begriffsführung einfügen. Mag dies nun geschehen oder nicht, jedenfalls hat eine anschauliche Darstellung der Denkformen eine über die Sprachmacht hinausreichende Bedeutung. Möchten dies, falls auch Bücherverkäufer der Sache einige Beachtung schenken!

Anhang I

Die Anmerkungen von H. Scholz zur „Begriffsschrift“.

H. Scholz schrieb Anmerkungen in sein eigenes Exemplar der „Begriffsschrift“. Dabei handelt es sich zunächst um die Korrektur der nicht mehr gebräuchlichen deutschen Schreibweise, ferner um sonstige Berichtigungen und eine Anzahl von inhaltlichen Randbemerkungen. Wir konnten uns auf eine Photokopie dieses Exemplars stützen, welche Prof. Bocheński von Prof. H. Scholz erhalten hatte.

„Booles rechnende Logik...“ worauf in den Bemerkungen zu S. 7 und 55 verwiesen wird, gehört zu Freges Nachlaß, der sich im „Institut für mathematische Logik und Grundlagenforschung“, Universität Münster, befindet (s. H. Scholz und Friedrich Bachmann. Der wissenschaftliche Nachlaß von Gottlob Frege, in: Actes du Congrès international de Philosophie Scientifique, Paris 1935, Actualités scientifiques et industrielles, Paris 1936). Die Ausdrücke F1 und R2 in der Anmerkung zu S. 7 beziehen sich wahrscheinlich auch auf den Nachlaß, doch konnte dies nicht festgestellt werden. Leider war es ebenfalls unmöglich zu entscheiden, was das „FB“, das in den meisten Anmerkungen erscheint, bedeutet, wahrscheinlich jedoch „Freges Briefe“ (von denen sich die meisten im Nachlaß befinden). Die Besprechung von Schröder, die in der Anmerkung zu S. 7 erwähnt wird, findet sich in der „Zeitschrift für Mathematik und Physik“, Bd. 25 (1880), Historisch-literarische Abteilung, S. 81—94. Alle Anmerkungen von Scholz sind handschriftlich am unteren Rand der Seiten angebracht.

Seite V: Hier die Anmerkung zu dem Namen „Begriffsschrift“ nach Trendelenburg.

Seite 2: FB Anm. 3 „beurt. Inhalt“.

2 „Inhaltsverzeichnis“.

Seite 3: FB Anm. 1.

GOTTLLOB FREGE

**BEGRIFFSSCHRIFT
UND
ANDERE AUFSÄTZE**

Dritte Auflage

Mit E. Husserls und H. Scholz' Anmerkungen
herausgegeben von

Ignacio Angelelli

1977

WISSENSCHAFTLICHE BUCHGESELLSCHAFT
DARMSTADT