

wir, dass jene theoretischen Ansichten schon damals hinreichende Klarheit erreicht, und dass fast alle jene Gedanken schon vorhanden waren — auch die Selbststeuerung der Maschine, die Benutzung der Wärme des verbrauchten Dampfes und der Verbrennungsgase werden in einem Briefe von Leibniz ausgesprochen. Dagegen sehen wir mit Bedauern und zugleich mit Bewunderung die Erfinder jener Zeit im Kampfe mit der Unvollkommenheit der Werkzeuge. Man gewinnt eine Vorstellung davon, wenn man sich vor die Aufgabe gestellt denkt, mit Hilfe von Handwerkern, die nur für die gewöhnlichen Bedürfnisse des Lebens zu arbeiten gewohnt sind, eine Dampfmaschine zu bauen. Was heute mit unseren Werkzeugmaschinen spielend gemacht wird, stellte damals die Geduld der Erfinder auf die heftigste Probe und erwies sich oft genug als unausführbar. So war es z. B. unmöglich genau gearbeitete Dampfzylinder mit luftdicht schliessenden Kolben von der erforderlichen Grösse zu machen. Dies war der Grund, weshalb Wasser die Dichtung übernehmen musste und der schwimmende Kolben nur dazu diente, die unmittelbare Berührung des Dampfes mit dem Wasser auf ein kleines Randgebiet zu beschränken. Ich glaube, dass die Dampfmaschine schon zu Papins Zeiten einen hohen Grad der Vollendung erreicht hätte, wenn unsere jetzigen Hilfsmittel damals zur Verfügung gestanden hätten. Aber freilich bedurfte es der Anregung, die der Gedanke einer Dampfmaschine gab, um diese Werkzeuge zu schaffen. Wir werden hierdurch gemahnt, das Verdienst der Männer, die eine Erfindung zuerst im grösseren Masse nutzbar machten, nicht zu hoch zu schätzen und auch ihren Vorläufern gerecht zu werden.

Audere Erfindungen Papins seien nur kurz erwähnt.

Bei den Öfen zum Glasschmelzen, zu metallurgischen und ähnlichen Zwecken ist der Grundsatz der Luftdruckregelung zu bemerken, der noch jetzt bei solchen Anlagen befolgt wird. Es wurde hierbei ein Centrifugalgehäuse von Papin angewendet, das auch zur Lufterneuerung in Bergwerken diente.

Leibniz denkt an ein tragbares Barometer ohne Quecksilber in der Art einer Pumpe, bei dem man wohl an ein Aneroid zu denken hat.

In Bezug auf seine Rechenmaschine schätzte sich Leibniz glücklich, noch die Ausführung im Grossen erlebt zu haben. Die Schwierigkeiten lagen wohl ähnlich wie bei dem Bau der Dampfmaschine in der Ungenauigkeit der damaligen Arbeit.

Ueber den Zweck der Begriffsschrift.*

Ich hatte schon einmal die Ehre, hier über meine Begriffsschrift einen Vortrag zu halten. Was mich veranlasst, noch einmal darauf zurückzukommen, ist die Wahrnehmung, dass der Zweck derselben vielfach verkannt worden ist. Ich ersehe dies aus mehreren Besprechungen, die seitdem über meine Schrift erschienen sind. Es mussten daraus schiefe Urtheile hervorgehen. Unter andern wird mir vorgeworfen, ich habe die Leistungen Booles unberücksichtigt gelassen. Diesen Vorwurf erhebt auch E. Schröder in der Recension im XXV. Bd. d. Zeitschr. f. Math. u. Phys. Er kommt bei der Vergleichung meiner Begriffsschrift mit der booleschen Formelsprache zu dem Ergebnisse, dass die Letztere in jeder Beziehung vorzuziehen sei. Obwohl mich dies Urtheil wenig befriedigen kann, so bin ich ihm doch für die eingehende Besprechung und die sachliche Begründung seiner Einwände dankbar, da sie mir Gelegenheit giebt, durch ihre Widerlegung die Sache in helleres Licht zu setzen.

In Bezug auf den vorhin erwähnten Vorwurf will ich zunächst bemerken, dass die boolesche Formelsprache in den mehr als 20 Jahren, die seit ihrer Erfindung verflossen sind, keineswegs so durchschlagende Erfolge erzielt hat, dass ein Verlassen dadurch sie gelegten Grundlage von vornherein als thöricht erweisen müsste, und dass nur eine Weiterentwicklung in Frage kommen könnte. Scheinen doch die Aufgaben, die Boole behandelt, zum grossen Theil erst zu dem Zwecke erdnenen zu sein, um mittels seiner Formeln gelöst zu werden.

Bei jenem Vorwurfe ist aber dies hauptsächlich zu übersehen, dass mein Zweck ein anderer als Booles war. Ich wollte nicht eine abstracte Logik in Formeln darstellen, sondern einen Inhalt durch geschriebene Zeichen in genauerer und übersichtlicher Weise zum Ausdruck bringen, als es durch Worte möglich ist.

* Siehe Textkritische Bemerkungen. Anm. des Hrsg.

Ich wollte in der That nicht einen blossen „*calculus ratiocinator*“, sondern eine „*lingua characterica*“ im leibnizischen Sinne schaffen, wobei ich jene schlussfolgernde Rechnung immerhin als einen notwendigen Bestandteil einer Begriffsschrift anerkenne. Wenn dies verkannt wurde, so liegt das vielleicht daran, dass ich in der Ausführung das abstract Logische zu sehr in den Vordergrund habe treten lassen.

Um nun im Einzelnen die Unterschiede der booleschen und meiner Formelsprache nachzuweisen, gebe ich zunächst eine kurze Darstellung der ersteren. Es kann nicht darauf ankommen, auf alle Abweichungen einzugehen, die sich bei Booles Vorgängen und Nachfolgern finden, da diese gegenüber dem tiefgehenden Unterschiede von meiner Begriffsschrift nicht in Betracht kommen.

Boole unterscheidet *primary propositions* von *secondary propositions*. Die Ersteren vergleichen Begriffe ihrem Umfange nach, die Letzteren drücken Beziehungen zwischen beurtheilbaren Inhalten aus. Diese Einteilung ist ungenügend, da die Existentialurtheile keine Stelle finden. Wir betrachten zunächst die *primary propositions*. Die Buchstaben bedeuten hier Umfänge von Begriffen. Einzel Dinge werden als solche nicht bezeichnet, und dies ist ein bedeutender Mangel der booleschen Formelsprache; denn selbst, wenn ein Begriff nur ein einziges Ding unter sich fasst, bleibt immer noch ein grosser Unterschied zwischen ihm und diesem Dinge. Die Buchstaben werden nun durch logische Multiplication und Addition mit einander verbunden. Wenn A den Umfang des Begriffes „Dreieck“, B den des Begriffes „Regelmässiges“ bedeutet, so bezeichnet das logische Product

$$A \cdot B$$

den Umfang des Begriffes „Regelmässiges Dreieck“. Unter der logischen Summe

$$A + B$$

ist der Umfang des Begriffes „Dreieck oder regelmässiges“ zu verstehen ¹⁾. Die Ausdrücke „Product“ und „Summe“ werden durch das Bestehen folgender Gleichungen gerechtfertigt:

$$\begin{aligned} A \cdot B &= B \cdot A & A(B \cdot C) &= (A \cdot B) \cdot C \\ A + B &= B + A & A + (B + C) &= (A + B) + C \\ A(B + C) &= AB + AC. \end{aligned}$$

Diesen Uebereinstimmungen mit der algebraischen Multiplication

¹⁾ Boole setzt dabei voraus, dass die Begriffe A und B sich ausschliessen, was unter Anderem Schröder nicht thut.

und Addition stehen aber grosse Abweichungen gegenüber. Es ist logisch:

$$\begin{aligned} A &= A \cdot A = A \cdot A \cdot A, \\ A &= A + A = A + A + A, \end{aligned}$$

was in der Algebra nicht allgemein gilt. Die Verschiedenheiten der logischen und mathematischen Rechnung sind so folgenreich, dass die Auflösung der logischen Gleichungen, mit der sich Boole hauptsächlich beschäftigt, kaum etwas mit der Auflösung der algebraischen gemein hat. Die Unterordnung eines Begriffes unter einen anderen kann nun so ausgedrückt werden:

$$A = A \cdot B.$$

Wenn A z. B. den Umfang des Begriffes „Säugethier“, B den des Begriffes „Luftathmend“ bedeutet, so sagt die Gleichung: die Umfänge der Begriffe „Säugethier“ und „Luftathmendes Säugethier“ sind gleich; d. h.: alle Säugethiere sind Luftathmend. Das Fallen eines Einzelnen unter einen Begriff, das von der Unterordnung eines Begriffes unter einen andern ganz verschieden ist, hat bei Boole keinen besondern, streng genommen wohl gar keinen Ausdruck. Bis hierher findet sich Alles mit nur äusserlichen Abweichungen schon bei Leibniz, von dessen hierher gehörenden Arbeiten Boole wohl nichts erfahren hat. Die 0 bezeichnet bei Boole den Umfang eines Begriffes, unter den nichts fällt, 1 bedeutet den Umfang eines Begriffes, unter den Alles fällt, wovon grade die Rede ist (*universe of discourse*). Man sieht, dass auch die Bedeutung dieser Zeichen, besonders die der 1, von der arithmetischen abweicht. Leibniz hat dafür „*non ens*“ und „*ens*“.

$$A \cdot B = 0$$

sagt, dass die beiden Begriffe sich ausschliessen wie z. B. „Quadratwurzel aus 2“ und „ganze Zahl“. Die Gleichung kann bestehen, ohne dass

$$A = 0 \text{ oder } B = 0.$$

Ausser der Null bedarf man noch eines Zeichens der Verneinung, um z. B. den Begriff „Mensch“ in den Begriff „Nichtmensch“ zu verwandeln. Die Schriftsteller weichen hier von einander ab. Schröder versieht den Buchstaben zu diesem Zwecke mit dem Index 1. Andere haben noch ein Zeichen für die Verneinung der Identität. Diese Mannigfaltigkeit der Verneinungszeichen halte ich nicht für einen Vorzug der booleschen Logik.

Die *secondary propositions* — z. B. hypothetische und disjunctive Urtheile — führt Boole auf die *primary propositions* in sehr gekünstelter Weise zurück. Das Urtheil „wenn $x = 2$ ist,

so ist $x^2 = 4^4$ fast er so auf: die Classe von Zeitmomenten, in denen $x = 2$ ist, ist untergeordnet der Classe von Zeitmomenten, in denen $x^2 = 4$ ist. So kommt auch hier die Sache auf die Vergleichung der Umfänge von Begriffen hinaus; nur werden diese Begriffe hier näher als Classen von Zeitmomenten bestimmt, in denen ein Satz wahr ist. Diese Auffassung hat den Nachtheil, dass die Zeit auch da eingemischt wird, wo sie ganz aus dem Spiele bleiben müsste. Mc Coll erklärt die Ausdrücke von *secondary propositions* unabhängig von denen der *primary*. Hierdurch wird die Einmischung der Zeit freilich vermieden, dafür aber auch jeder Zusammenhang zwischen den beiden Theilen durchschnitten, in welche die Logik nach Boole zerfällt. Man bewegt sich dann entweder in *primary propositions* und gebraucht die Formeln in dem von Boole festgesetzten Sinne; oder man bewegt sich in *secondary propositions* und benutzt die Erklärungen Mc Colls. Jeder Uebergang von der einen Art der Urtheile zu der andern, der im wirklichen Denken doch oft vorkommt, ist abgeschnitten; denn man darf nicht in derselben Sache dieselben Zeichen in doppelter Bedeutung gebrauchen.

Ueerblicken wir die boolesche Formelsprache im Ganzen, so erkennen wir, dass sie eine Einkleidung der abstracten Logik in das Gewand algebraischer Zeichen ist; zur Wiedergabe eines Inhalts ist sie nicht geeignet, und das ist auch nicht ihr Zweck. Und dies ist gerade meine Absicht. Ich will die wenigen Zeichen, die ich einführe, mit den schon vorhandenen Zeichen der Mathematik zu einer einzigen Formelsprache verschmelzen. Dabei entsprechen die bestehenden Zeichen ungefähr den Stämmen der Wortsprache, während die von mir hinzugefügten Zeichen den Endungen und Formwörtern zu vergleichen sind, welche die in den Stämmen liegenden Inhalte in logische Beziehungen setzen.

Hierzu konnte ich die boolesche Bezeichnungswaise nicht brauchen; denn es geht nicht an, dass in derselben Formel beispielsweise das + Zeichen theils im logischen theils im arithmetischen Sinne vorkomme. Die Analogie zwischen den logischen und arithmetischen Rechnungsarten, die für Boole werthvoll ist, kann nur verwirrend wirken, wenn beide in Verbindung mit einander gesetzt werden. Booles Zeichensprache ist nur denkbar in gänzlicher Trennung von der Arithmetik.

Ich musste daher andere Zeichen für die logischen Beziehungen erfinden. Schröder sagt, mit der booleschen Rechnung mit Be-

griffen habe meine Begriffsschrift fast nichts gemein; wohl aber mit der booleschen Rechnung mit Urtheilen. In der That, es ist einer der bedeutendsten Unterschiede meiner Auffassungswaise von der booleschen und ich kann wohl hinzufügen von der aristotelischen, dass ich nicht von den Begriffen, sondern von den Urtheilen ausgehe. Damit ist aber keineswegs gesagt, dass ich das Verhältnis der Unterordnung von Begriffen nicht auszudrücken wüsste.

Vor den Ausdruck eines beurtheilbaren Inhalts wie $2 + 3 = 5$ setze ich einen wagerechten Strich, den Inhaltsstrich, der sich durch grössere Länge vom Minuszeichen unterscheidet:

$$\text{—————} 2 + 3 = 5.$$

In diesem Striche denke ich mir den darauf folgenden Inhalt vereinigt, damit auf ihn andere Zeichen bezogen werden können. Es wird in

$$\text{—————} 2 + 3 = 5$$

noch gar kein Urtheil gefällt; man kann daher, ohne sich einer Unwahrheit schuldig zu machen, auch schreiben

$$\text{—————} 4 + 2 = 7.$$

Wenn ich einen Inhalt als richtig behaupten will, so setze ich an das linke Ende des Inhaltsstriches den Urtheilsstrich:

$$\text{—————} 2 + 3 = 5.$$

Wie gründlich man doch zuweilen missverstanden wird! Ich meinte die That des Urtheilens von der Bildung des beurtheilbaren Inhalts durch diese Bezeichnungswaise recht deutlich unterschieden zu haben, und Rabus¹⁾ beschuldigt mich einer Vermischung beider!

Um die Verneinung eines Inhalts auszudrücken, bringe ich am Inhaltsstriche den Verneinungsstrich an; z. B.:

$$\text{—————} 4 + 2 = 7.$$

Hiermit ist die Falschheit dieser Gleichung noch nicht behauptet; es ist nur ein neuer beurtheilbarer Inhalt gebildet, der erst durch den Urtheilsstrich in

$$\text{—————} 4 + 2 = 7$$

zu dem Urtheile „ $4 + 2$ ist nicht gleich 7“ wird.

Wenn man zwei beurtheilbare Inhalte A und B in Beziehung zu einander setzen will, hat man folgende Fälle zu beachten:

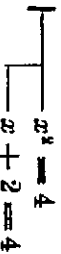
¹⁾ Die neuesten Bestrebungen auf dem Gebiete der Logik bei den Deutschen und die logische Frage. Erlangen 1880.

- 1) A und B,
- 2) A und nicht B,
- 3) nicht A und B,
- 4) nicht A und nicht B.

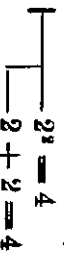
Ich verstehe nun unter



die Verneinung des dritten Falles. Diese Festsetzung mag zunächst sehr gekünstelt erscheinen. Weshalb ich gerade den dritten Fall herausgreife und gerade dessen Verneinung durch ein besonderes Zeichen ausdrücke, ist zunächst nicht deutlich. Ein Beispiel wird jedoch sofort den Grund einleuchten lassen.



Verneint den Fall, dass x^2 nicht gleich 4, während doch $x + 2 = 4$ sei. Man kann es übersetzen: wenn $x + 2 = 4$ ist, so ist $x^2 = 4$. Diese Übersetzung lässt die Wichtigkeit der Beziehung erkennen, die in unserm Zeichen liegt. Ist doch das hypothetische Urtheil die Form für alle Naturgesetze, für alle ursächlichen Zusammenhänge überhaupt. Freilich ist die Wiedergabe durch „wenn“ nicht in allen Fällen dem Sprachgebrauche angemessen, sondern nur, wenn ein unbestimmter Bestandtheil wie hier x dem Ganzen Allgemeinheit verleiht. Setzen wir für x^2 , so würde man

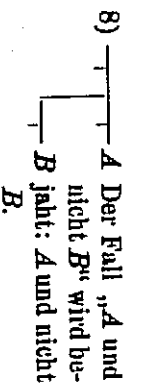
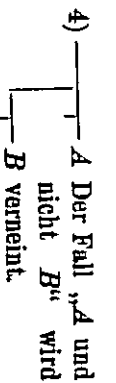


nicht passend übersetzen:

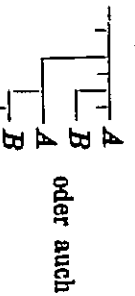
„wenn $2 + 2 = 4$ ist, so ist $2^x = 4$ “.

Betrachten wir nun die Verbindungen von Bedingungen- und Verneinungsstrich an folgender Zusammenstellung!

- 1) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „nicht A und B“ wird verneint.
- 2) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „A und B“ wird verneint: B^o wird verneint: A und B schließen einander aus.
- 3) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „nicht A und nicht B“ wird verneint: A oder B.
- 4) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „nicht A und nicht B“ wird verneint: A oder B.
- 5) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „nicht A und B“ wird bejaht: B und nicht A.
- 6) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „A und B“ wird bejaht: B A und B.
- 7) $\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{c} A \\ B \end{array}$ Der Fall „nicht A und nicht B“ wird bejaht: weder A noch B.



Wenn wir an den Inhaltsstrichen der links stehenden Ausdrücke den Verneinungsstrich anbringen, so erhalten wir die rechts daneben stehenden. Der links verneinte Fall wird rechts immer bejaht. Der zweite Ausdruck entsteht aus dem ersten dadurch, dass an die Stelle von A das verneinte A tritt. In dem Worausdrucke heben sich dann die beiden Verneinungen von A auf. Der dritte Ausdruck geht aus dem ersten und der vierte aus dem zweiten dadurch hervor, dass B in das verneinte B verwandelt wird. Das „oder“ im dritten Falle ist das nicht ausschliessende: ausschliessende „oder“ kann so ausgedrückt werden:



Ich mache hier halt, um auf einige Ausstellungen Schröders zu antworten. Er vergleicht meine Darstellung des ausschliessenden „A oder B“ mit seiner Schreibweise

$$ab_1 + a_1b = 1$$

und findet hier wie auch sonst in meiner Begriffsschrift eine ungeheure Raumverschwendung. Es ist in der That nicht zu leugnen, dass mein Ausdruck mehr Raum einnimmt als der schröderische, der seinerseits wieder weitläufiger ist als der ursprüngliche Booles

$$a + b = 1.$$

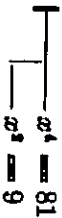
Aber diesem Vorwurfe liegt die Meinung zu Grunde, meine Begriffsschrift solle eine Darstellung der abstracten Logik sein. Jene Formeln sind ja nur leere Schemata. Bei der Anwendung hat man an der Stelle von A und B sich ganze Formeln, vielleicht ausgedehnte Gleichungen, Congruenzen, Projectivitäten zu denken. Dann steht die Sache ganz anders aus. Der Nachtheil der Raumverschwendung bei der Begriffsschrift verwandelt sich in den Vortheil der Uebersichtlichkeit, der Vortheil der Gedrängtheit bei Boole in den Nachtheil der Unübersichtlichkeit. Die Begriffsschrift nutzt die zweifache Ausdehnung der Schreibfläche aus, indem sie die beurtheilbaren Inhalte von oben nach unten auf einander folgen lässt, während jeder von diesen sich von links nach

rechts ausdehnt. So werden die einzelnen Inhalte von einander deutlich getrennt und doch in ihren logischen Beziehungen leicht übersehbar. Bei Boole entsteht eine einzige oft überlange Zeile. Doch es würde Unrecht sein, die hieraus entstehenden leicht erkennbaren Nachteile Boole zur Last zu legen, der nie an eine solche Verwendung seiner Formeln gedacht hat. Aber ebenso Unrecht wäre es, die Raumverschwendung im Falle der blossen Andeutung des Inhalts als Fehler der Begriffsschrift anzurechnen.

Mit dem eben Gesagten hängt eine andere Bemerkung Schröders zusammen, meine Formelsprache huldige der japanesischen Sitte einer Verticalschrift. Dies steht in der That so aus, solange man nur die abstracten logischen Formen darstellt. Wenn man aber für die einzelnen Buchstaben ganze Formeln, etwa arithmetische Gleichungen gesetzt denkt, so erkennt man, dass nichts Ungewöhnliches hier vorliegt; denn in jeder arithmetischen Ableitung pflegt man die einzelnen Gleichungen nicht neben einander zu schreiben, sondern der Uebersichtlichkeit halber von oben nach unten auf einander folgen zu lassen.

So geht Schröder überall in seiner Beurtheilung von einer unmittelbaren Vergleichbarkeit der Begriffsschrift mit der lebendigen booleschen Formelsprache aus, die nicht vorhanden ist. Er meint am wirksamsten zur Richtigstellung der Ansichten durch die Bemerkung beizutragen, dass beide Bezeichnungsweisen nicht wesentlich verschieden seien, weil man aus der einen in die andere übertragen könne. Aber dies beweist nichts. Wenn dasselbe Sachgebiet durch zwei Zeichensysteme dargestellt wird, so folgt von selbst, dass eine Uebersetzung oder Umschreibung aus dem einen in das andere möglich sei. Umgekehrt folgt aus dieser Möglichkeit nichts weiter als das Vorhandensein eines gemeinsamen Sachgebietes; die Zeichensysteme können dabei von Grund auf verschieden sein.

Man kann fragen, ob diese Uebersetzung überall ausführbar sei, oder ob etwa meine Formelsprache ein kleineres Gebiet beherrsche. Schröder sagt, mit der booleschen Rechnung mit Begriffen habe meine Begriffsschrift fast nichts gemein. Danach könnte es scheinen, dass sie die Unterordnung von Begriffen nicht darzustellen vermöchte. Ein Beispiel wird vom Gegenhelle überzeugen. Das Urtheil

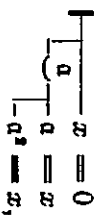


lautet in Worten: wenn $x^3 = 9$ ist, so ist $x^4 = 81$. Man kann

nun eine Zahl, deren Quadrat 9 ist, eine Quadratwurzel aus 9 und eine solche, deren vierte Potenz 81 ist, eine vierte Wurzel aus 81 nennen und dann übersetzen: alle Quadratwurzeln aus 9 sind vierte Wurzeln aus 81. Hierin wird der Begriff „Quadratwurzel aus 9“ dem Begriffe „Vierte Wurzel aus 81“ untergeordnet. Der lateinische Buchstabe x hat den Zweck, das ganze Urtheil allgemein zu machen in dem Sinne, dass der Inhalt gelten sollte, was man auch für x setzen möge. Es entsteht nämlich auch ein richtiges Urtheil, wenn wir für x beispielsweise 1 setzen:



denn der Fall, wo $1^3 = 9$ und 1^4 nicht gleich 81 wäre, ist zu verneinen, weil 1^3 nicht gleich 9 ist. Es wird zuweilen nöthig, die Allgemeinheit auf einen Theil des Urtheils zu beschränken. Dann bediene ich mich der deutschen statt der lateinischen Buchstaben wie in



in Worten: wenn jede Quadratwurzel aus x gleich x selber ist, so ist $x = 0$. Hier deutet die H öhlung mit dem a an, dass die durch a ausgedrückte Allgemeinheit sich auf den Inhalt dieses



beschränken solle. Ich sehe in dieser Bezeichnungsweise einen der wichtigsten Bestandtheile meiner Begriffsschrift, durch den sie auch als blosser Darstellung der logischen Formen einen bedeutenden Vorsprung vor Booles Schreibweise hat. Hierdurch wird an die Stelle der booleschen Kunstlei ein organischer Zusammenhang zwischen den *primary* und den *secondary propositions* gesetzt. Schröder erkennt den hierin liegenden Vortheil dadurch an, dass er den Versuch macht, ihn in die boolesche Formelsprache einzuführen. Er zeigt jedoch dabei, dass er den Kern der Sache, nämlich die Abgrenzung des Gebietes, auf das sich die Allgemeinheit erstrecken soll, nicht erfasst hat. Nach dem schröderischen Vorschlage würde sich der Unterschied zwischen



nicht deutlich erkennen lassen. Und doch ist dieser so gross, dass

das Letztere falsch, das Erstere richtig ist. Ein Uebelstand bei Schröders Vorschlage ist ferner, dass er noch ein Zeichen der Verneinung nöthig macht.

Es würde zu weit führen, wenn ich auf alle einzelnen Ausstellungen Schröders antworten wollte. Es mag zunächst genügen, seine falsche Auffassung des Zwecks der Begriffsschrift be- richtigigt und damit die Unrichtigkeit wenigstens eines Theiles seiner tadelnden Bemerkungen gezeigt zu haben. Hätte er versucht, einige Formeln des dritten Abschnittes meiner Schrift und die, welche ich vor einiger Zeit die Ehre hatte Ihnen vorzutragen, in die, wie er sagt, bessere Schreibweise zu übertragen, so hätte er an der Schwierigkeit dieses Unternehmens die Irrigkeit seiner Auffassung erkannt.

Immerhin bin ich ihm für die Besprechung meiner Schrift dankbar.

[48]

Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift.*

Um den abstracteren Stellen der Wissenschaft macht sich immer aufs Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, sich verständnisse bei Einern und zugleich Fehler im eignen Denken zu vermeiden. Solche haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache. Denn der sinnlichen Zeichen bedürfen wir nun einmal zum Denken. Unsere Klüftersamkeit ist von Natur nach außen gerichtet. Die Sinnestrindrücke überragen die Er- innerungsbilder an Gehaltigkeit so sehr, daß sie den Verlauf unserer Vorstellungen zunächst wie bei den Thieren fast allein bestimmen. Und dieser Abhängigkeit wehren wir auch kaum se- entinnen können, wenn nicht die Außenwelt auch einigermaßen von uns abhängig wäre. Schon die meisten Thiere haben durch die Fähigkeit der Ortsveränderung einen Einfluß auf ihre Sinnes- eindrücke: sie können die einen fliehen, die andern suchen. Und

* Siehe Textkritische Bemerkungen. Anm. des Hrsgs.

[49]

107

daß nicht allein: sie können auch umgekehrt auf die Dinge wirken. Diese Fähigkeit hat nun der Mensch in bei weitem größterem Maße. Dennoch würde unser Vorstellungsverlauf auch dadurch noch nicht die volle Freiheit gewinnen; er würde auf das beschränkt sein, was unsere Hand gestalten, unsere Stimme zu lösen vermag, ohne die große Erfindung der Zeichen, die uns gegenwärtig machen, was abwesend, unsichtbar, vielleicht unsinnlich ist. Ich leugne nicht, daß auch ohne Zeichen die Wahrnehmung eines Dinges einen Kreis von Erinnerungs- bildern um sich sammeln kann. Aber wir können diesen nicht weiter nachgehen: eine neue Wahrnehmung läßt diese Bilder in'stadt vertilgen und andere aufsaugen. Wenn wir aber das Zeichen einer Vorstellung hervorbringen, an die wir durch eine Wahrnehmung erinnert werden, so können wir damit einen neuen festen Mittelpunkt, um den sich Vorstellungen sammeln. Von diesen wollen wir wiederum eine aus, um ihr Zeichen hervorzubringen. So bringen wir Schritt für Schritt in die innere Welt unserer Vorstellungen ein und bewegen uns darin nach Belieben, indem wir das Sinnliche selbst benutzen, um uns von seinem Zwange zu befreien. Die Zeichen sind für das Denken von derselben Bedeutung wie für die Schiffsahrt die Erfindung, den Wind zu gebrauchen, um gegen den Wind zu segeln. Deshalb verachte niemand die Zeichen! von ihrer zweckmäßigen Zahl hängt nicht wenig ab. Ihr Muth wird auch dadurch nicht vermindert, daß wir nach langer Mübung nicht mehr nöthig haben, das Zeichen wirklich hervorzubringen, daß wir nicht mehr laut zu sprechen brauchen, um zu denken; denn in Worten denken wir trotzdem und, wenn nicht in Worten, doch in mathematischen oder andern Zeichen.

Wir wehren uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begriff- lichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschlebenen aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemein- same, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er

GOTTLIB FREGE

**BEGRIFFSSCHRIFT
UND
ANDERE AUFSÄTZE**

Dritte Auflage

*Mit E. Heuserls und H. Scholz' Anmerkungen
herausgegeben von*

Ignacio Angelelli

1977

**WISSENSCHAFTLICHE BUCHGESELLSCHAFT
DARMSTADT**