

Franz von Kutschera

# Gottlob Frege

Eine Einführung  
in sein Werk



Walter de Gruyter · Berlin · New York

1989

„Ich erhebe nicht den Anspruch, die analytische Natur der arithmetischen Sätze mehr als wahrscheinlich gemacht zu haben, weil man immer noch zweifelhaft sein kann, ob ihr Beweis ganz aus rein logischen Gesetzen geführt werden könne, ob sich nicht irgendwo ein Beweisgrund anderer Art unvermerkt einmischt. Dies Bedenken wird auch durch die Andeutungen nicht vollständig entkräftet, die ich für den Beweis einiger Sätze gegeben habe; es kann nur durch eine lückenlose Schlusskette gehoben werden, so daß kein Schritt geschieht, der nicht einer von wenigen als rein logisch anerkannten Schlussweisen gemäß ist.“ (G1A, S. 102.)

Die damit geforderte begriffsschriftliche Ableitung der Grundgesetze der Arithmetik hat Frege auf die GGA verschoben. Wir haben uns aber schon davon überzeugt, daß diese Ableitung möglich ist. Sie vollzieht sich freilich im Rahmen der klassischen Mengenlehre. Da diese nicht widerspruchsfrei ist, ist auch Freges Beweis der logischen Begründbarkeit der Arithmetik infrage gestellt. Im System der axiomatischen Mengenlehre nach Zermelo und Fraenkel benötigt man zur Begründung der Arithmetik das Unendlichkeitsaxiom, das besagt, daß es eine Menge gibt, die die Nullmenge — im v. Neumannschen Modell also die Zahl 0 — enthält, und zu jedem Element  $x$  die Menge  $x \cup \{x\}$  — nach v. Neumann also den Nachfolger von  $x$ . Von einer Begründung der Arithmetik kann angesichts dieses Axioms dann nicht mehr die Rede sein: Man postuliert im Effekt die Menge der natürlichen Zahlen.

## 5 Sinn und Bedeutung

### 5.1 Namen

In der BS hatte Frege nur eine semantische Funktion von Namen, Prädikaten (bzw. allgemeiner von Funktionsausdrücken) und Sätzen angenommen: sie bedeuten etwas oder haben einen „Inhalt“, wie er dort sagt. Namen bedeuten Gegenstände. Wenn nun die Namen  $a$  und  $b$  dasselbe Objekt bedeuten, so besagt  $a = b$  dasselbe wie  $a = a$ , da sich der Inhalt eines Satzes nicht ändert, wenn man in ihm einen Ausdruck durch einen bedeutungsgleichen anderen ersetzt. Da jedoch Aussagen der Form  $a = b$  einen Informationsgehalt haben können, den jene der Gestalt  $a = a$  nicht haben, hatte sich Frege in BS (S. 13ff.) dafür entschieden, Identitätsausagen als Aussagen über die Bedeutungsgleichheit der beiden Namen zu interpretieren (vgl. 3.4). Diese Deutung revidiert er nun in SB. Er schreibt:

„Die Gleichheit fordert das Nachdenken heraus durch Fragen, die sich daran knüpfen und nicht ganz leicht zu beantworten sind. Ist sie eine Beziehung? eine Beziehung zwischen Gegenständen? oder zwischen Namen oder Zeichen für Gegenstände? Das letzte hatte ich in meiner *Begriffsschrift* angenommen. Die Gründe, die dafür zu sprechen scheinen, sind folgende:  $a = a$  und  $a = b$  sind offenbar Sätze von verschiedenem Erkenntniswert:  $a = a$  gilt a priori und ist nach Kant analytisch zu nennen, während Sätze von der Form  $a = b$  oft sehr wertvolle Erweiterungen unserer Erkenntnis enthalten und a priori nicht immer zu begründen sind ... Wenn wir nun in der Gleichheit eine Beziehung zwischen dem sehen wollten, was die Namen „a“ und „b“ bedeuten, so schiene  $a = b$  von  $a = a$  nicht verschieden sein zu können, falls nämlich  $a = b$  wahr ist. Es wäre hiermit eine Beziehung eines Dinges zu sich selbst ausgedrückt, und zwar eine solche, in der jedes Ding mit sich selbst, aber kein Ding mit einem anderen steht.

Was man mit  $a = b$  sagen will, scheint zu sein, daß die Zeichen oder Namen „a“ und „b“ dasselbe bedeuten, und dann wäre eben von jenen Zeichen die Rede; es würde eine Beziehung zwischen ihnen behauptet. Aber diese Beziehung bestände zwischen den Namen oder Zeichen nur, insofern sie etwas

benennen oder bezeichnen. Sie wäre eine Vermittelle durch die Verknüpfung jedes der beiden Zeichen mit demselben Bezeichneten. Diese aber ist willkürlich. Man kann keinem verboten, irgendeinen willkürlich hervorzubringingenden Vorgang oder Gegenstand zum Zeichen für irgend etwas anzunehmen. Damit würde dann ein Satz  $a=b$  nicht mehr die Sache selbst, sondern nur noch unsere Bezeichnungsweise betreffen; wir würden keine eigentliche Erkenntnis darin ausdrücken. Das wollen wir aber doch gerade in vielen Fällen. Wenn sich das Zeichen „a“ von dem Zeichen „b“ nur als Gegenstand (hier durch die Gestalt) unterscheidet, nicht als Zeichen; das soll heißen: nicht in der Weise, wie es etwas bezeichnet; so würde der Erkenntniswert von  $a=a$  wesentlich gleich dem von  $a=b$  sein, falls  $a=b$  wahr ist. Eine Verschiedenheit kann nur dadurch zustande kommen, daß der Unterschied des Zeichens einem Unterschiede in der Art des Gegebenseins des Bezeichneten entspricht“ (KS, S. 143 f.)

Es liegt daher nahe,

„mit einem Zeichen (Namen, Wortverbindung, Schriftzeichen) außer dem Bezeichneten, was die *Bedeutung* des Zeichens heißen möge, noch das verbunden zu denken, was ich den *Sinn* des Zeichens nennen möchte, worin die Art des Gegebenseins enthalten ist“ (KS, S. 144.)

„Ein Eigenname (Wort, Zeichen, Zeichenverbindung, Ausdruck) *drückt aus* seinen Sinn, *bedeutet* oder *bezeichnet* seine Bedeutung. Wir drücken mit einem Zeichen dessen Sinn aus und bezeichnen mit ihm dessen Bedeutung“ (KS, S. 147.)

Frege nimmt also — zunächst für Namen — zwei semantische Funktionen an: Sie drücken einen Sinn aus und bezeichnen eine Bedeutung. Diese Terminologie macht uns heute Schwierigkeiten: Wir nennen den Sinn eines Ausdrucks auch dessen „Bedeutung“ und das, was Frege „Bedeutung“ nennt, seinen „Bezug“, seine „Extension“ oder „Denotation“. Um Mißverständnisse zu vermeiden, versehen wir das Wort „Bedeutung“ im folgenden mit dem Index F, wo es im Sinne Freges (also als Bezug) zu verstehen ist.

Es gibt Namen, wie „Odysseus“ oder „Die kleinste reelle Zahl, die größer ist als 1“, die keinen (realen) Gegenstand bezeichnen, also nichts bedeuten; jedoch einen Sinn haben. Der Sinn eines Namens bestimmt — in Verbindung mit den Tatsachen —, ob er eine Bedeutung hat und welche Bedeutung er ggf. hat.

„Die regelmäßige Verknüpfung zwischen dem Zeichen, dessen Sinn und dessen Bedeutung ist derart, daß dem Zeichen ein bestimmter Sinn und diesem wieder eine bestimmte Bedeutung entspricht, während zu einer Be-

deutung (einem Gegenstande) nicht nur ein Zeichen zugehört. Derselbe Sinn hat in verschiedenen Sprachen, ja auch in derselben verschiedene Ausdrücke. Freilich kommen Ausnahmen von diesem regelmäßigen Verhalten vor: Gewiß sollte in einem vollkommenen Ganzen von Zeichen jedem Ausdruck ein bestimmter Sinn entsprechen; aber die Volkssprachen erfüllen diese Forderung vielfach nicht, und man muß zufrieden sein, wenn nur in demselben Zusammenhange dasselbe Wort immer denselben Sinn hat“ (KS, S. 144 f.)

Verschiedene Namen können also denselben Sinn haben, und sinnverschiedene Namen können dieselbe Bedeutung haben.

„Vielleicht kann man zugeben, daß ein grammatisch richtig gebildeter Ausdruck, der für einen Eigennamen steht, immer einen Sinn habe. Aber ob dem Sinne nun auch eine Bedeutung entspreche, ist damit nicht gesagt. Die Worte, der von der Erde am weitesten entfernte Himmelskörper haben einen Sinn; ob sie aber auch eine Bedeutung haben, ist sehr zweifelhaft. Der Ausdruck die am wenigsten konvergente Reihe hat einen Sinn; aber man beweist, daß er keine Bedeutung hat, da man zu jeder konvergenten Reihe eine weniger konvergente, aber immer noch konvergente finden kann. Dadurch also, daß man einen Sinn auffaßt, hat man noch nicht mit Sicherheit eine Bedeutung“ (KS, S. 145.)

Die Rede vom Bezug eines Namens bereitet nun keine Verständnisschwierigkeiten: er ist jeweils ein Gegenstand, ein Objekt, sei es ein konkretes Ding, ein geometrischer Punkt, eine Zahl oder eine Klasse. Was ist hingegen unter dem Sinn eines Namens zu verstehen? Für Frege ist es die Art, wie der bezeichnete Gegenstand durch den Namen gegeben ist. Er erläutert das am Beispiel der Namen „Schnittpunkte der Seitenhalbierenden von a und b in einem Dreieck“ und „Schnittpunkt der Seitenhalbierenden von b und c“. Beide Namen bezeichnen denselben Punkt, beschreiben ihn aber in verschiedener Weise, eben einmal als jenen Punkt, in dem sich die Seitenhalbierenden von a und b schneiden, und zum anderen als jenen Punkt, in dem sich die Seitenhalbierenden von b und c schneiden. Bei solchen Kennzeichnungsausdrücken könnte man nun sagen, daß der Sinn der kennzeichnenden Prädikate den Sinn der Kennzeichnungsterme bestimmt. Damit wird jedoch erstens der Sinn solcher Namen auf jenen von Prädikaten zurückgeführt, der erst noch zu erklären ist, und zweitens bleibt damit die Frage nach dem Sinn von Namen offen, die keine Kennzeichnungsterme sind. Was ist z. B. der Sinn des Eigennamens „Aristoteles“? Wie wird die Person des Aristoteles durch diesen Namen „gegeben“? Diese Frage bleibt bei Frege offen.

Man kann – im Blick auf das folgende – nur sagen, daß er den Begriff des Sinns – von Namen wie von Sätzen und Prädikaten – so eng faßt, daß zwei Ausdrücke genau dann denselben Sinn haben, wenn sie synonym sind, d. h. in allen Kontexten *salva veritate* durch-einander ersetzt werden können.

## 5.2 Sätze

Die Unterscheidung von Sinn und Bedeutung bei Namen führt Frege nun dazu, eine entsprechende Unterscheidung auch bei Sätzen vorzunehmen. Er geht davon aus, daß die Bedeutung eines Satzes eine Funktion der Bedeutungen<sub>F</sub> der in ihm vorkommenden Namen ist (KS, S. 148). Sie ist also invariant bzgl. der Ersetzung bedeutungsgleicher Namen. Nun ändert sich jedoch die Proposition, oder wie Frege sagt, der *Gedanke*, den ein Satz ausdrückt, bei einer solchen Ersetzung. Ersetzt man z. B. in dem Satz „Der Morgenstern ist identisch mit dem Morgenstern“ das zweite Vorkommnis des Namens „Morgenstern“ durch den bedeutungsgleichen Namen „Abendstern“, so ändert sich der Gedanke – der Satz ist nun keine Tautologie mehr, sondern hat einen Erkenntniswert. Daher kann der Gedanke nicht die Bedeutung<sub>F</sub> eines Satzes sein. Was bei der Ersetzung invariant bleibt, ist der Wahrheitswert des Satzes. Ihn sieht Frege daher als Satzbedeutung<sub>F</sub> an. Er sagt: Hätten Sätze nur einen Sinn, aber keine Bedeutung<sub>F</sub>, so käme es auch auf die Bedeutung<sub>F</sub> der Namen im Satze nicht an. Deren Bedeutung<sub>F</sub> wird aber genau dann relevant, wenn es auf den Wahrheitswert des Satzes ankommt. Verstehen wir den Satz „Odysseus war Herrscher von Ithaka“ als Aussage der Dichtung, so kommt es nicht darauf an, ob der Name „Odysseus“ eine historische Person bezeichnet und ebenso wenig auf die Wahrheit des Satzes. Sehen wir diesen aber als historische Aussage an, so müssen die Namen in ihm eine Bedeutung<sub>F</sub> haben.

„Das Streben nach Wahrheit also ist es, was uns überall vom Sinn zur Bedeutung vorzudringen treibt. Wir haben gesehen, daß zu einem Satze immer dann eine Bedeutung zu suchen ist, wenn es auf die Bedeutung der Bestandteile ankommt; und das ist immer dann und nur dann der Fall, wenn wir nach dem Wahrheitswerte fragen. So werden wir dahin gedrängt, den Wahrheitswert eines Satzes als seine Bedeutung anzuerkennen. Ich verstehe

unter dem Wahrheitswert eines Satzes den Umstand, daß er wahr oder daß er falsch ist. Weitere Wahrheitswerte gibt es nicht. Ich nenne der Kürze halber den einen *das Wahre*, den anderen *das Falsche*. Jeder Behauptungssatz, in dem es auf die Bedeutung der Wörter ankommt, ist also als Eigenname aufzufassen, und zwar ist seine Bedeutung, falls sie vorhanden ist, entweder das Wahre oder das Falsche“. (KS, S. 149.)

Ein Satz bezeichnet also nach Frege einen Wahrheitswert und drückt einen Gedanken aus. Wie der Bezug des Satzes eine Funktion der Bezüge der in ihm vorkommenden Namen ist, so ist auch sein Sinn eine Funktion der Sinne dieser Namen. Diese beiden Prinzipien wollen wir als *funktionale Prinzipien* bezeichnen. Aus ihnen ergeben sich die beiden *Substitutionsprinzipien*, deren erstes schon genannt wurde:

*Der Bezug eines Satzes ist invariant gegenüber der Substitution bezugsgleicher Namen – allgemein: bezugsgleicher Ausdrücke.*

Das zweite Prinzip lautet allgemein:

*Der Sinn eines Satzes ist invariant gegenüber der Substitution sinn-gleicher Ausdrücke.*

Umgekehrt folgen die beiden funktionalen Prinzipien aus den Substitutionsprinzipien. (Vgl. dazu KS, S. 148, 150f.) Frege verwendet hier ein Modell der Sprache, nach dem sich Sinn und Bedeutung eines Satzes aus dem Sinn bzw. der Bedeutung<sub>F</sub> seiner Teile ergeben. Das steht im Widerspruch zu dem *Kontextprinzip*, das er in GLA formuliert:

„Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden“ (S. XXII).

„Nur im Zusammenhang eines Satzes bedeuten die Wörter etwas“ (S. 73).

„Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Teile ihren Inhalt“ (S. 71).

Da Frege in GLA noch nicht zwischen Sinn und Bedeutung unterscheidet, gebraucht er die Wörter „Bedeutung“, „Sinn“ und „Inhalt“ synonym. Hier sieht es also so aus, als werde der Sinn des Satzes nicht durch den der Teile festgelegt, sondern bestimme diesen. Nun ist eine Sprache ein System, in dem es endlich viele Regeln für die Bildung unendlich vieler Sätze aus einem endlichen Vokabular gibt. Grundsätzlich wird daher der Sinn komplexer Ausdrücke aus dem ihrer Teile bestimmt. In den normalen Sprachen gibt es daneben freilich auch eine Bestimmung des genaueren Sinns der Teile durch

das Satzganze. So kann im Kontext von „Er öffnete das Schloß“ mit „Schloß“ nur ein Verschluß, nicht ein Gebäude gemeint sein, und in „This shop sells alligator shoes“ können mit „alligator shoes“ nur Schuhe aus Krokodillleder gemeint sein, während in „This shop sells horse shoes“ mit „horse shoes“ nicht Schuhe aus Pferdeleder gemeint sind, sondern „Schuhe“ für Pferde (Hufeisen). In Logiksprachen, wie Frege sie aufbaute, gibt es hingegen keine kontextuellen Selektionsregeln für die Bedeutung der Teile, sondern hier herrscht allein der funktionale Aufbau. Frege ist auch auf das Kontextprinzip nach den GLA nicht mehr zurückgekommen (verwandte Gedanken kommen nur im Beweis der extensionalen Definition der Sprache der GGAI vor, vgl. dazu unten 7.3). In den GLA geht es Frege nur darum, daß die Bedeutung von Termen, die für Abstraktes (anschaulich nicht Vorstellbares) stehen, durch Sätze festgelegt werden kann, in denen sie vorkommen, daß also bedeutungsvolle Terme nicht immer durch solche mit einer anschaulichen Bedeutung erklärt werden müssen. Wie wir in 4.4 sahen, diskutiert er dort die Einführung des Anzahlbegriffs  $A(f)$  durch die Angabe von Wahrheitsbedingungen für Gleichungen der Form  $A(f) = A(g)$ . Frege wendet dort aber selbst ein, daß durch solche Gleichungen der Sinn von  $A(f)$  nicht hinreichend festgelegt wird, und geht deshalb zu einer expliziten Definition von  $A(f)$  über. Das Kontextprinzip spielt also bei Frege keine systematisch wichtige Rolle<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Zum Kontextprinzip vgl. Dummett (1973), S. 192ff., 496 und (1981), Kap. 19. Dummetts Deutung des Kontextprinzips als Rechtfertigung für Kontextdefinitionen ist aber nicht überzeugend: Es kann offenbar nicht alle Kontextdefinitionen rechtfertigen, denn nicht alle sind korrekt (vgl. 9.1). Der Sinn des Kontextprinzips ist, wie Frege zum Abschluß der GLA (S. 116) noch einmal betont vielmehr der, den Gebrauch von Namen zu rechtfertigen, die nicht für mentale oder physikalische Objekte stehen, wie es Zahlenamen sind. Im Sinne der Ausführungen Freges in GGAI, S. 46 (vgl. 7.3) wird man es eher so verstehen, daß ein Name Bedeutung hat, wenn seine Einsetzung in die Argumentstelle jedes Prädikats 1. Stufe einen bedeutungsvollen Satz ergibt. Entsprechendes gilt für Ausdrücke anderer Kategorien. Dieses Prinzip ist aber nicht haltbar: Eine Verteilung von Wahrheitswerten auf die Sätze z. B. einer prädikatenlogischen Sprache im Einklang mit der Deutung der logischen Operatoren legt (in dem Satz von Löwenheim-Skolem) nicht den Grundbereich einer Interpretation und die Bezüge der Terme fest. Zudem ist, wenn alle Sätze der

Mit der Unterscheidung von Sinn und Bedeutung löst sich nun auch das Problem der unterschiedlichen Erkenntniswerte von Sätzen der Form  $a = a$  und solchen der Gestalt  $a = b$ :

„Wenn wir den Erkenntniswert von „ $a = a$ “ und „ $a = b$ “ im allgemeinen verschieden fanden, so erklärt sich das dadurch, daß für den Erkenntniswert der Sinn des Satzes, nämlich der in ihm ausgedrückte Gedanke, nicht minder in Betracht kommt als seine Bedeutung, das ist sein Wahrheitswert. Wenn nun  $a = b$  ist, so ist zwar die Bedeutung von „ $b$ “ dieselbe wie die von „ $a$ “, und also auch der Wahrheitswert von „ $a = b$ “ derselbe wie von „ $a = a$ “. Trotzdem kann der Sinn von „ $b$ “ von dem Sinn von „ $a$ “ verschieden sein, und mithin auch der in „ $a = b$ “ ausgedrückte Gedanke verschieden von dem „ $a = a$ “ ausgedrückten sein; dann haben beide Sätze auch nicht denselben Erkenntniswert. Wenn wir wie oben unter „Urteil“ verstehen den Fortschritt vom Gedanken zu dessen Wahrheitswerte, so werden wir auch sagen, daß die Urteile verschieden sind“. (KS, S. 162. Vgl. dazu auch BW, S. 128 und N, S. 242 f.)

Es ist nun zwar nach dem normalen Sprachgebrauch ungewöhnlich, den Wahrheitswert eines Satzes als dessen Bezug anzusehen, aber dieser Ansatz erlaubt doch über die funktionalen Prinzipien eine geschlossene Theorie der semantischen Funktionen von Ausdrücken. Bei Frege kommt hinzu, daß er, wie das vorletzte Zitat zeigt, die Wahrheitswerte als Gegenstände ansieht, also bedeutungsvoller Sätze als Namen von Wahrheitswerten. Diese Auffassung ergibt sich daraus, daß Frege nur zwei ontologische Grundkategorien annimmt: Gegenstände und Funktionen (wobei diese je nach Stellenzahl und Typen der Argumente in verschiedene Typen zerfallen); wir gehen

Form  $F_n$ ,  $G_n$ , etc. einen Wahrheitswert haben, nicht gesagt, daß  $a$  in all diesen Kontexten dasselbe Objekt bezeichnet. Damit ist aber — anders als Dummett meint — auch der Sinn von  $a$  nicht festgelegt, denn der Sinn bestimmt nach Frege eindeutig den Bezug. Daher fordert Frege z. B. auch im Brief an Peano vom 29. 9. 1896 (BW, S. 183), daß ein Ausdruck in allen (extensionalen) Kontexten dieselbe Bedeutung haben müsse. Dummett weist darauf hin, daß das Kontextprinzip mit seiner Auszeichnung der Sätze unverträglich ist mit Freges späterer konsequenter Auffassung der Sätzen als speziellen Namen. Man muß aber auch sehen, daß schon in der BS die deutliche Tendenz dazu vorhanden ist, und daß sich das Kontextprinzip im Sinne der Ausführungen in GGAI verallgemeinern läßt.

darauf in Kap. 6 ein. Nun läßt sich das Wort „wahr“ nach Frege aber nicht als Prädikat auffassen, da die Aussage „Der Satz A ist wahr“ nicht mehr besagt als der Satz A selbst. Daher muß „wahr“ einen Gegenstand bezeichnen, so daß die Kopula „ist“ in „Der Satz A ist wahr“ im Sinn von „bezeichnet“ zu lesen ist. Für Frege sind freilich primär nicht Sätze wahr, sondern Gedanken. Er formuliert das Argument daher so:

„Man könnte versucht sein, das Verhältnis des Gedankens zum Wahren nicht als das des Sinnes zur Bedeutung, sondern als das des Subjekts zum Prädikate anzusehen. Man kann ja geradezu sagen: ‚Der Gedanke, daß 5 eine Primzahl ist, ist wahr‘. Wenn man aber genauer zusieht, so bemerkt man, daß damit eigentlich nicht mehr gesagt ist als in dem einfachen Satz ‚5 ist eine Primzahl‘. Die Behauptung der Wahrheit liegt in beiden Fällen in der Form des Behauptungssatzes“. (KS, S. 150, vgl. a. KS, S. 343, 347.)

Sagt man, Frege verstehe unter „Gedanken“ Propositionen, so bleibt damit noch offen, wie diese genauer zu bestimmen sind. Insbesondere stellt sich die Frage, wann zwei Sätze denselben Gedanken ausdrücken. In SB sagt Frege dazu nichts, er äußert sich darüber aber in einem Brief an E. Husserl vom 9. 12. 1906:

„Es scheint mir ein objektives Kriterium notwendig zu sein, um einen Gedanken als denselben wiederzuerkennen, weil ohne ein solches eine logische Analyse nicht möglich ist. Um nun zu entscheiden, ob der Satz A denselben Gedanken ausdrücke wie der Satz B, scheint mir folgendes Mittel allein möglich zu sein, wobei ich annehme, daß keiner der beiden Sätze einen logisch evidenten Sinnbestandteil enthalte. Wenn nämlich sowohl die Annahme, daß der Inhalt von A falsch und der von B wahr sei, als auch die Annahme, daß der Inhalt von A wahr und der von B falsch sei, auf einen logischen Widerspruch führt, ohne daß man zu dessen Feststellung zu wissen braucht, ob der Inhalt von A oder von B wahr oder falsch sei, und ohne daß man dazu anderer als rein logischer Gesetze bedarf, so kann zum Inhalte von A, soweit er fähig ist, als wahr oder falsch beurteilt zu werden, nichts gehören, was nicht auch zum Inhalte von B gehörte; denn für einen solchen Überschuß fehlte es an jeder Begründung im Inhalte von B, und der Voraussetzung nach wäre ein solcher Überschuß auch nicht logisch evident. Ebenso kann bei unserer Annahme zum Inhalte von B, soweit er fähig ist, als wahr oder falsch beurteilt zu werden, nichts gehören, was nicht auch zum Inhalte von A gehörte. Was also an den Inhalten von A oder B als wahr oder falsch beurteilbar ist, stimmt überein, und dies kommt für die Logik allein in Betracht, und das nenne ich den von A ebenso wie von B ausgedrückten Gedanken. Zum Inhalt von A kann man freilich mancherlei

rechnen, z. B. eine Stimmung, Gefühle, Vorstellungen; aber alles dies wird nicht als wahr oder falsch beurteilt; es geht die Logik im Grunde nichts an, ebensowenig wie das die Ethik angeht, was nicht fähig ist, als sittlich gut oder schlecht beurteilt zu werden. Gibt es ein anderes Mittel, um zu beurteilen, was an dem Inhalte eines Satzes der Logik unterworfen ist, wann zwei Sätze denselben Gedanken ausdrücken? Ich glaube nicht. Wenn man ein solches Mittel nicht hat, kann man ins Unendliche über logische Fragen streiten ohne Ergebnis“. (BW, 105f.)

Hier wird also gesagt, daß zwei Sätze, die keine analytischen Teilsätze enthalten, genau dann denselben Sinn haben, wenn sie analytisch äquivalent sind. Ohne diese Einschränkung würde der Sinn eines Satzes mit seiner Intension zusammenfallen<sup>2</sup>. Trotz der Beschränkung ist diese Bestimmung der Sinnlichkeit von Sätzen aber zu weit im Blick auf Freges Grundgedanken, daß sinnliche Sätze sich in allen Kontexten *salva veritate* durch einander ersetzen lassen. Denn die beiden Sätze „Die Länge dieses Stabes ist 2 m“ und „Die Länge dieses Stabes in Metern ist die kleinste Primzahl“ sind analytisch äquivalent und enthalten keine analytischen Bestandteile. Es kann aber gelten „Hans glaubt, daß die Länge dieses Stabes 2 m ist“, während der Satz „Hans glaubt, daß die Länge dieses Stabes in Metern die kleinste Primzahl ist“ falsch ist, etwa weil Hans glaubt, 1 sei die kleinste Primzahl. In den GGA (Bd. I, S. 50) sagt Frege auch, der Gedanke eines Satzes — er bezieht sich dabei freilich auf Sätze seiner Symbolsprache — sei durch die Angabe seiner Wahrheitsbedingungen festgelegt: Sein Sinn sei, daß diese Bedingungen erfüllt sind. Danach würde wiederum der Sinn eines Satzes mit seiner Intension zusammenfallen. Man kann also nicht sagen, daß Frege brauchbare Kriterien für die Sinnlichkeit von Sätzen angegeben hat.

In SB erläutert Frege den Begriff des Gedankens, indem er allgemein Sinn und Vorstellung unterscheidet:

„Von der Bedeutung und dem Sinne eines Zeichens ist die mit ihm verknüpfte Vorstellung zu unterscheiden. Wenn die Bedeutung eines Zeichens ein sinnlich wahrnehmbarer Gegenstand ist, so ist meine Vorstellung davon ein aus Erinnerungen von Sinnesindrücken, die ich gehabt habe, und von Tätig-

<sup>2</sup> Vgl. zu diesem von R. Carnap in (1956) eingeführten Begriff z. B. Kutschera (1976), 2.3 und den Abschnitt 5.5 unten.

keiten, inneren sowohl wie äußeren, die ich ausgeübt habe, entstandenes inneres Bild. Dieses ist oft mit Gefühlen getränkt; die Deutlichkeit seiner einzelnen Teile ist verschieden und schwankend. Nicht immer ist, auch bei demselben Menschen, dieselbe Vorstellung mit demselben Sinne verbunden. Die Vorstellung ist subjektiv; die Vorstellung des einen ist nicht die des anderen. Damit sind von selbst mannigfache Unterschiede der mit demselben Sinne verknüpften Vorstellungen gegeben. Ein Maler, ein Reiter, ein Zoologe werden wahrscheinlich sehr verschiedene Vorstellungen mit dem Namen „Bucephalus“ verbinden. Die Vorstellung unterscheidet sich dadurch wesentlich von dem Sinne eines Zeichens, welcher gemeinsames Eigentum von vielen sein kann und also nicht Teil oder Modus der Einzelseele ist; denn man wird wohl nicht leugnen können, daß die Menschheit einen gemeinsamen Schatz von Gedanken hat, den sie von einem Geschlechte auf das andere überträgt ... Die Bedeutung eines Eigennamens ist der Gegenstand selbst, den wir damit bezeichnen; die Vorstellung, welche wir dabei haben, ist ganz subjektiv; dazwischen liegt der Sinn, der zwar nicht mehr subjektiv wie die Vorstellung, aber doch auch nicht der Gegenstand selbst ist.“ (KS, S. 145 f.)

„Wir können nun drei Stufen der Verschiedenheit von Wörtern, Ausdrücken und ganzen Sätzen erkennen. Entweder betrifft der Unterschied höchstens die Vorstellungen, oder den Sinn aber nicht die Bedeutung, oder endlich auch die Bedeutung. In bezug auf die erste Stufe ist zu bemerken, daß, wegen der unsicheren Verbindung der Vorstellungen mit den Worten, für den einen eine Verschiedenheit bestehen kann, die der andere nicht findet. Der Unterschied der Übersetzung von der Urschrift soll eigentlich die erste Stufe nicht überschreiten. Zu den hier noch möglichen Unterschieden gehören die Färbungen und Beleuchtungen, welche Dichtkunst und Beredsamkeit dem Sinne zu geben suchen. Diese Färbungen und Beleuchtungen sind nicht objektiv, sondern jeder Hörer und Leser muß sie sich selbst nach den Winken des Dichters oder Redners hinzuschaffen. Ohne eine Verwandtschaft des menschlichen Vorstellens wäre freilich die Kunst nicht möglich; wieweit aber den Absichten des Dichters entsprechen wird, kann nie genau ermittelt werden.“ (KS, S. 147.)

Sinn ist hier also etwas Objektives, das mit der Sprache gegeben ist, Vorstellung etwas Subjektives, von Sprecher zu Sprecher Verschiedenes.

Auch in LUI hält Frege zwar an der These fest, der Sinn eines Ausdrucks sei etwas Objektives, aber er sagt dort auch — wie in einer Anmerkung zu SB (KS, S. 144) — ein Eigenname könne von verschiedenen Personen verschieden verstanden werden, z. B. als

synonym mit unterschiedlichen Kennzeichnungen (KS, S. 349 f.)<sup>3</sup>. So verstehe z. B. einer den Namen „Dr. Gustav Lauben“ im Sinne von „Der Arzt, der in einer bestimmten Wohnung wohnt“, während ihn ein anderer im Sinne von „Die Person, die am 13. 9. 1875 in N. N. geboren wurde“. Beide verbänden also mit dem Namen einen verschiedenen Sinn, und daher drücke auch ein Satz wie „Dr. Gustav Lauben ist verwundet worden“ für beide verschiedene Gedanken aus. Diese Unbestimmtheit des Sinns sieht Frege aber als Phänomen der normalen Sprache an; von einer Präzisionssprache sei dagegen zu fordern, daß jeder Ausdruck einen wohlbestimmten, intersubjektiven Sinn habe. Korrekter wäre es, hier nicht von verschiedenen Sinnen oder Gedanken zu reden, sondern von verschiedenen Vorstellungen. Der Sinn eines Satzes oder Namens kann unbestimmt sein, aber nicht subjektabhängig.

In LUI hat Frege den Begriff des Gedankens noch eingehender erläutert als in SB. Er sagt dort:

„Ohne damit eine Definition geben zu wollen, nenne ich Gedanken etwas, bei dem überhaupt Wahrheit in Frage kommen kann. Was falsch ist, rechne ich also ebenso zu den Gedanken, wie das, was wahr ist. Demnach kann ich sagen: der Gedanke ist der Sinn eines Satzes, ohne damit behaupten zu wollen, daß der Sinn jedes Satzes ein Gedanke sei. Der an sich unsinnliche Gedanke kleidet sich in das sinnliche Gewand des Satzes und wird uns damit faßbarer. Wir sagen, der Satz drücke einen Gedanken aus ... Um das, was ich Gedanken nennen will, schärfer herauszuarbeiten, unterscheide ich Arten von Sätzen. Einem Befehlsatz wird man einen Sinn nicht absprechen wollen; aber dieser Sinn ist nicht dertart, daß Wahrheit bei ihm in Frage kommen könnte. Darum werde ich den Sinn eines Befehlsatzes nicht Gedanken nennen. Ebenso sind Wunsch- und Bittsätze auszuschließen. In Betracht kommen können Sätze, in denen wir etwas mitteilen oder behaupten. Aber Ausrufe, in denen man seinen Gefühlen Luft macht, Stöhnen, Seufzen, Lachen rechne ich nicht dazu, es sei denn, daß sie durch besondere Verabredung dazu bestimmt sind, etwas mitzuteilen. Wie ist es aber bei den Fragesätzen? In einer Wortfrage sprechen wir einen unvollständigen Satz aus, der erst durch die Ergänzung, zu der wir auffordern, einen wahren Sinn erhalten soll. Die Wortfragen bleiben hier demnach außer Betracht. Anders

<sup>3</sup> Frege nennt Namen meist „Eigennamen“ und bezeichnet das, was wir „Eigennamen“ nennen, d. h. Namen, die nicht die Form von Kennzeichnungen oder Funktionsausdrücken haben, als „eigentliche Eigennamen“.

ist es bei den Satzfragen. Wir erwarten „ja“ zu hören, oder „nein“. Die Antwort „ja“ besagt dasselbe wie ein Behauptungssatz; denn durch sie wird der Gedanke als wahr hingestellt, der im Fragesatz schon vollständig enthalten ist. So kann man zu jedem Behauptungssatz eine Satzfrage bilden. Ein Ausruf ist deshalb nicht als Mitteilung anzusehen, weil keine entsprechende Satzfrage gebildet werden kann. Fragesatz und Behauptungssatz enthalten denselben Gedanken; aber der Behauptungssatz enthält noch etwas mehr, nämlich eben die Behauptung. Auch der Fragesatz enthält etwas mehr, nämlich eine Aufforderung. In einem Behauptungssatz ist also zweierlei zu unterscheiden: der Inhalt, den er mit der entsprechenden Satzfrage gemein hat und die Behauptung. Jener ist der Gedanke oder enthält wenigstens den Gedanken. Es ist also möglich, einen Gedanken auszudrücken, ohne ihn als wahr hinzustellen. In einem Behauptungssatz ist beides so verbunden, daß man die Zerlegbarkeit leicht übersieht. Wir unterscheiden demnach 1. das Fassen des Gedankens — das Denken, 2. die Anerkennung der Wahrheit eines Gedankens — das Urteilen, 3. die Kundgebung dieses Urteils — das Behaupten“ (KS, S. 344 ff.)

Dieses Zitat zeigt, daß bei Frege die Unterscheidung von deskriptivem Sinn eines Satzes und seinem illokutionären Modus bereits vorgebildet ist, die dann J. L. Austin und J. R. Searle in ihren Sprechaktheorien ausgebaut haben.

Für Frege ist das Fassen und Beurteilen eines Gedankens kein Schaffen des Gedankens:

„Damit verbindet sich ein anderer Fehler, nämlich die Meinung, der Urteilende stiffe durch sein Urteilen den Zusammenhang, die Ordnung der Teile und bringe dadurch das Urteil zustande. Dabei ist das Fassen eines Gedankens und die Anerkennung seiner Wahrheit nicht auseinandergehalten. In vielen Fällen freilich folgen diese Taten so unmittelbar aufeinander, daß sie in eine Tat zusammenschmelzen scheinen, aber nicht in allen. Jahre mehrerer Untersuchungen können zwischen dem Fassen des Gedankens und der Anerkennung seiner Wahrheit liegen. Daß durch dieses Urteilen der Gedanke, der Zusammenhang seiner Teile nicht gestiftet werde, ist offenbar; denn er bestand schon vorher. Aber auch das Fassen eines Gedankens ist nicht ein Schaffen des Gedankens, ist nicht ein Stiften der Ordnung seiner Teile; denn der Gedanke war schon vorher wahr, bestand also schon in der Ordnung seiner Teile, bevor er gefaßt wurde. Ebensov wenig wie ein Wanderer, der ein Gebirge überschreitet, dadurch dieses Gebirge schafft, schafft der Urteilende dadurch einen Gedanken, daß er ihn als wahr anerkennt. Täte er es, so könnte nicht derselbe Gedanke gestern von jenem und heute von diesem als wahr anerkannt werden; ja nicht einmal von demselben könnte derselbe Gedanke zu verschiedenen Zeiten als wahr anerkannt werden, man

müßte denn annehmen, das Sein dieses Gedankens wäre ein unterbrochenes“ (KS, S. 371.)<sup>4</sup>

Frege unterscheidet den Gedanken, den ein Satz ausdrückt, von den Konnotationen, der „Färbung des Gedankens“, und von der Kundgabe und dem Appell, die sich damit verbinden, um die Terminologie K. Bühlers zu verwenden:

„Ein Behauptungssatz enthält außer einem Gedanken und der Behauptung oft noch ein Drittes, auf das sich die Behauptung nicht erstreckt. Das soll nicht selten auf das Gefühl, die Stimmung des Hörers wirken oder seine Einbildungskraft anregen. Wörter wie „leider“, „gottlob“ gehören hierher. Solche Bestandteile des Satzes treten in der Dichtung stärker hervor, fehlen aber auch in der Prosa selten ganz. In mathematischen, physikalischen, chemischen Darstellungen werden sie seltener sein, als in geschichtlichen. Was man Geisteswissenschaft nennt, steht der Dichtung näher, ist darum aber auch weniger wissenschaftlich, als die strengen Wissenschaften, die um so trockener sind, je strenger sie sind; denn die strenge Wissenschaft ist auf die Wahrheit gerichtet und nur auf die Wahrheit. Alle Bestandteile des Satzes also, auf die sich die behauptende Kraft nicht erstreckt, gehören nicht zur wissenschaftlichen Darstellung, sind aber manchmal auch für den schwer zu vermeiden, der die damit verbundene Gefahr sieht. Wo es darauf ankommt, sich dem gedanklich Unfaßbaren auf dem Wege der Ahnung zu nähern, haben diese Bestandteile ihre volle Berechtigung. Je strenger wissenschaftlich eine Darstellung ist, desto weniger wird sich das Volkstum ihres Urhebers bemerkbar machen, desto leichter wird sie sich übersetzen lassen. Dagegen erschweren die Bestandteile der Sprache, auf die ich hier aufmerksam machen möchte, die Übersetzung von Dichtungen sehr, ja machen eine vollkommene Übersetzung fast immer unmöglich; denn gerade in ihnen, auf denen der dichterische Wert zu einem großen Teil beruht, unterscheiden sich die Sprachen am meisten. Ob ich das Wort „Pferd“ oder „Roß“ oder „Gaul“ oder „Mähre“ gebrauche, macht keinen Unterschied im Gedanken. Die behauptende Kraft erstreckt sich nicht auf das, wodurch sich diese Wörter unterscheiden. Was man Stimmung, Duft, Beleuchtung in einer Dichtung nennen kann, was durch Tonfall und Rhythmus gemalt wird, gehört nicht zum Gedanken. Manches in der Sprache dient dazu, dem Hörer die Auffassung zu erleichtern, z. B. die Hervorhebung eines Satzgliedes durch Betonung oder Wortstellung. Man denke auch an Wörter, wie „noch“ und „schon“. Mit dem Satze „Alfred ist noch nicht gekommen“ sagt man eigentlich „Alfred

<sup>4</sup> Zum Realismus Freges bzgl. abstrakter Entitäten, der in diesem Text anknüpft, vgl. 10.2.



ist nicht gekommen“ und deutet dabei an, daß man sein Kommen erwartet; aber man deutet es eben nur an. Man kann nicht sagen, daß der Sinn des Satzes darum falsch sei, weil Alfreds Kommen nicht erwartet werde. Das Wort „aber“ unterscheidet sich von „und“ dadurch, daß man mit ihm andeutet, das Folgende stehe zu dem, was nach dem Vorhergehenden zu erwarten war, in einem Gegensatz. Solche Winke in der Rede machen keinen Unterschied im Gedanken. Man kann einen Satz umformen, indem man das Verb aus dem Aktiv ins Passiv umsetzt und zugleich das Akkusativ-Objekt zum Subjekte macht. Ebenso kann man den Dativ in den Nominativ umwandeln und zugleich „geben“ durch „empfangen“ ersetzen. Gewiß sind solche Umformungen nicht in jeder Hinsicht gleichgültig; aber sie berühren den Gedanken nicht, sie berühren das nicht, was wahr oder falsch ist. Wenn allgemein die Unzulässigkeit solcher Umformungen anerkannt würde, so wäre damit jede tiefere logische Untersuchung verhindert. Es ist ebenso wichtig Unterscheidungen zu unterlassen, welche den Kern der Sache nicht berühren, wie Unterscheidungen zu machen, welche das Wesentliche betreffen. Was aber wesentlich ist, hängt von dem Zwecke ab. Dem auf das Schöne in der Sprache gerichteten Sinne kann gerade das wichtig erscheinen, was dem Logiker gleichgültig ist. So überträgt der Inhalt eines Satzes nicht selten den in ihm ausgedrückten Gedanken“. (KS, S. 347f.)

Frege unterscheidet aber nicht klar zwischen den Bedeutungskomponenten, die mit der sprachlichen Formulierung eines Satzes gegeben, also ebenso objektiv sind wie der Sinn, und den verschiedenen Vorstellungen, die der einzelne Sprecher oder Hörer damit verbindet. Die Grenze zwischen dem Sinn und den anderen objektiven Bedeutungskomponenten sieht er so, daß zum Sinn eines Satzes genau das gehört, was (zusammen mit den Tatsachen) seinen Wahrheitswert festlegt. Da andererseits jedoch der Sinn eine Funktion der Sinne der im Satz vorkommenden Wörter sein soll und diese genügen müssen, den Sinn aller Sätze zu determinieren, in denen sie vorkommen, müssen sie umfassend bestimmt sein. In einem obliquen Kontext kann ja z. B. die Ersetzung eines „aber“ durch ein „und“, die in einem direkten Kontext keinen Unterschied des Wahrheitswertes ergibt, einen solchen Unterschied bewirken. Damit wird Freges Abgrenzung von Sinn und Färbung (oder Konnotationen) eines Satzes fragwürdig. Appell und Kundgabe wären ferner von Sinn und Färbung genauer zu unterscheiden. Frege weist so auf interessante Bedeutungskomponenten hin, bemüht sich aber nicht, sie genauer zu differenzieren, da er letztlich nur betonen will, daß sie in der Sprache der Logik keine Rolle spielen.

Frege weist auch auf *Indexausdrücke* hin wie „heute“, „hier“ und „da“ (KS, S. 348f., vgl. a. GGAI, XVII f.), durch die der Gedanken ein Satz ausgedrückt, von den Umständen seiner Äußerung abhängt, insbesondere von dem Sprecher und dem Zeitpunkt der Äußerung. Nur ein Satz ohne Indexausdrücke drückt einen bestimmten Gedanken aus (KS, S. 361). Auch diese wichtige Unterscheidung von Satz und Äußerung ist in der modernen Sprachtheorie wieder aufgenommen worden, insbesondere von Y. Bar-Hillel.

Frege grenzt in LUI dann wiederum Gedanken von *Vorstellungen* ab (KS, S. 351 f.): Vorstellungen werden nicht wahrgenommen, sondern werden gehabt, sie gehören zum Bewußtseinsinhalt und haben einen Träger; keine zwei Menschen können dieselbe Vorstellung haben, Vorstellungen (Empfindungen, Sinneseindrücke) sind unvergleichbar. Frege sagt dann:

„Wenn der Gedanke, den ich im pythagoreischen Lehrsatz ausspreche, ebenso von andern wie von mir als wahr anerkannt werden kann, dann gehört er nicht zum Inhalte meines Bewußtseins, dann bin ich nicht sein Träger und kann ihn trotzdem als wahr anerkennen. Wenn es aber gar nicht derselbe Gedanke ist, der von mir und der von jenem als Inhalt des pythagoreischen Lehrsatzes angesehen wird, dann dürfte man eigentlich nicht sagen „der pythagoreische Lehrsatz“, sondern „mein pythagoreischer Lehrsatz“, „sein pythagoreischer Lehrsatz“, und diese wären verschieden; denn der Sinn gehört notwendig zum Satze“. (KS, S. 353.)

Gedanken haben hingegen keine Träger, sie sind nichts Subjektives:

„Wenn jeder Gedanke eines Trägers bedarf, zu dessen Bewußtseinsinhalte er gehört, so ist er Gedanke nur dieses Trägers, und es gibt keine Wissenschaft, welche vielen gemeinsam wäre, an welcher viele arbeiten könnten; sondern ich habe vielleicht meine Wissenschaft, nämlich ein Ganzes von Gedanken, deren Träger ich bin, ein anderer hat seine Wissenschaft. Jeder von uns beschäftigt sich mit Inhalten seines Bewußtseins. Ein Widerspruch zwischen beiden Wissenschaften ist dann nicht möglich; und es ist eigentlich müßig, sich um die Wahrheit zu streiten, ebenso müßig, ja beinahe lächerlich, wie es wäre, wenn zwei Leute sich stritten, ob ein Hundertmarkschein echt wäre, wobei jeder von beiden denjenigen meinte, den er selber in seiner Tasche hätte, und das Wort „echt“ in seinem besonderen Sinne verstände“. (KS, S. 353.)

Daraus folgert Frege, daß Gedanken weder der Außenwelt, noch der Welt der Vorstellungen angehören, sondern einem dritten Reich

idealer, zeitloser Entitäten. Auf diese Konzeption Freges gehen wir in 10.2 näher ein.

Die Realität der Gedanken besteht nicht in ihrem Wahrsein (KS, S. 364); auch falsche Sätze drücken reale Gedanken aus.

„Demnach ist ein falscher Gedanke nicht ein nicht seiender Gedanke, auch dann nicht, wenn man unter dem Sein versteht das Nichtbedürfnis eines Trägers. Ein falscher Gedanke muß, wenn auch nicht als wahr, so doch zuweilen als unentbehrlich anerkannt werden: erstens als Sinn eines Frage-satzes, zweitens als Bestandteil einer hypothetischen Gedankenverbindung und drittens in der Verneinung. Es muß möglich sein, einen falschen Gedanken zu verneinen, und um das zu können, bedarf ich seiner. Was nicht ist, kann ich nicht verneinen. Und was meiner als seines Trägers bedarf, kann ich nicht durch Verneinen in etwas verwandeln, dessen Träger ich nicht bin und was von mehreren als dasselbe gefaßt werden kann.“ (KS, S. 366.)

Zur Frage der Sinngleichheit von Sätzen unterscheidet Frege in LUI (KS, S. 348) den Gedanken vom Inhalt eines Satzes, wobei dieser oft durch die Konnotationen mehr enthält als jener. Für den Gedanken kommt es nur auf das an, was für die Wahrheit des Satzes erheblich ist. Daher sagt Frege, aktive und passive Versionen eines Satzes hätten denselben Sinn, ebenso Sätze, die durch Ersetzung von „geben“ mit *Dativ* durch „empfangen von“ mit Nominativ auseinander entstehen (KS, S. 348). In LUIII sagt Frege z. B.,  $A \wedge A$  habe denselben Sinn wie  $A$  und  $\neg\neg A$  denselben Sinn wie  $A$ . Daraus ergibt sich dann, daß auch  $A \vee A$  (d. h.  $\neg(\neg A \wedge \neg A)$ ) denselben Sinn wie  $A$  hat (vgl. KS, S. 386, 392). Generelle Kriterien für Sinn-gleichheit fehlen aber hier.

### 5.3 Prädikate

Über Sinn und Bedeutung von Prädikaten hat sich Frege in SB nicht geäußert. Aussagen dazu finden sich in dem Fragment „Ausführungen über Sinn und Bedeutung“ (zwischen 1892 und 1895, in N, S. 128–36) und dem Brief an Husserl vom 24. 5. 1891 (BW, S. 96). Dort bestimmt Frege die Bedeutung eines Prädikats als den Begriff, den es ausdrückt, in extensionaler Charakterisierung — wir wollen auch von *extensionalen Begriffen* reden. Zwei Prädikate drücken dabei denselben extensionalen Begriff aus, wenn sie denselben Um-

fang haben. Der Umfang eines Prädikats ist als Gegenstand für Frege aber nicht Bedeutung des Prädikats. Da Prädikate keine Namen sind, können sie auch keinen Gegenstand bezeichnen.

„Ein Begriffswort bedeutet einen Begriff, wenn das Wort so gebraucht wird, wie es in der Logik zweckmäßig ist. Um dies zu erklären, erinnere ich an einen Umstand, der sehr zugunsten der Logiker des Umfangs gegen die des Inhalts zu sprechen scheint, daß nämlich, unbeschadet der Wahrheit, in jedem Satze Begriffswörter einander vertreten können, wenn ihnen derselbe Begriffsumfang entspricht, daß also auch in Beziehung auf das Schließen und für die logischen Gesetze Begriffe nur insofern sich verschieden verhalten, als ihre Umfänge verschieden sind. Die logische Grundbeziehung ist die des Fallens eines Gegenstandes unter einen Begriff; auf sie lassen sich alle Beziehungen zwischen Begriffen zurückführen. Indem ein Gegenstand unter einen Begriff fällt, fällt er unter alle Begriffe desselben Umfangs, woraus das Gesagte folgt. Wie also Eigennamen desselben Gegenstandes unbeschadet der Wahrheit einander vertreten können, so gilt dasselbe auch von Begriffswörtern, wenn der Begriffsumfang derselbe ist... Man könnte so leicht dahin kommen, den Begriffsumfang für die Bedeutung des Begriffswortes auszugeben; aber hierbei würde man übersehen, daß Begriffsumfänge Gegenstände und nicht Begriffe sind.“ (N, S. 128 f.)

Und nachdem Frege dargelegt hat, daß die Identität zweier einsteiliger Begriffe  $F$  und  $G$  im Sinne von  $\forall x (Fx \equiv Gx)$  zu verstehen ist, sagt er:

„Wenn wir nun dies alles im Auge behalten, sind wir wohl imstande zu behaupten „Was zwei Begriffswörter bedeuten, ist dann und nur dann dasselbe, wenn die zugehörigen Begriffsumfänge zusammenfallen“, ohne durch den uneigentlichen Gebrauch des Wortes „dasselbe“ zu Fehlern verleitet zu werden. Und damit ist den Umfangslogikern, wie ich glaube, ein bedeutendes Zugeständnis gemacht. Sie haben recht, wenn sie durch ihre Vorliebe für den Begriffsumfang gegenüber dem Begriffsinhalt zu erkennen geben, daß sie die Bedeutung der Worte als das Wesentliche für die Logik ansehen, nicht den Sinn. Die Inhaltslogiker bleiben nur zu gerne beim Sinn stehen; denn, was sie Inhalt nennen, ist, wenn nicht gar Vorstellung, so doch Sinn. Sie bedenken nicht, daß es in der Logik nicht darauf ankommt, wie Gedanken aus Gedanken hervorgehen ohne Rücksicht auf den Wahrheitswert, daß der Schritt vom Gedanken zum Wahrheitswert, daß, allgemeiner, der Schritt vom Sinne zur Bedeutung getan werden muß; daß die logischen Gesetze zunächst Gesetze im Reich der Bedeutungen sind und sich erst mittelbar auf den Sinn beziehen. Wenn es einem auf die Wahrheit ankommt — und auf die Wahrheit zielt die Logik hin — muß man auch nach den Bedeutungen

fragen, muß man Eigennamen verwerfen, welche keinen Gegenstand bezeichnen oder benennen, wiewohl sie einen Sinn haben mögen; muß man Begriffswörter verwerfen, die keine Bedeutung haben. Das sind nicht etwa solche, die Widersprechendes vereinigen — denn ein Begriff kann recht wohl leer sein — sondern solche, bei denen die Umgrenzung verschwommen ist. Es muß von jedem Gegenstand bestimmt sein, ob er unter den Begriff fällt oder nicht; ein Begriffswort, welches dieser Anforderung an seine Bedeutung nicht genügt, ist bedeutungslos". (N, S. 133.)

In dem Fragment „Über Sinn und Bedeutung“ wird aber nicht erläutert, was unter dem Sinn eines Prädikats zu verstehen ist. Daß Frege auch einen Sinn von Prädikaten annahm, ergibt sich aus seinen Ausführungen in LVIII (vgl. a. N, S. 210). Man wird nicht fehlgehen, wenn man diesen Sinn als jenen Begriff im normalen (inhaltstlogischen) Sinn des Wortes auffaßt, den das Prädikat ausdrückt. Nehmen wir einmal an, daß genau die Lebewesen, die ein Herz haben, auch eine Niere haben, so haben die Prädikate „Lebewesen mit Herz“ und „Lebewesen mit Niere“ dieselbe Bedeutung, aber verschiedenen Sinn.

#### 5.4 Indirekte Kontexte

Frege kann nun sein Substitutionsprinzip, nach dem bedeutungsgleicher Ausdrücke sich in allen Kontexten durcheinander *salva veritate* ersetzen lassen, nur dann aufrecht erhalten, wenn er annimmt, daß die Bedeutung eines Ausdrucks nicht in allen Kontexten dieselbe ist. Er weist z. B. darauf hin (KS, S. 151), daß eine Ersetzung des falschen Teilsatzes „A hat den B gesehen“ in „A log, daß er den B gesehen habe“ durch den gleichfalls falschen Satz „A hat den C gesehen“, den Wahrheitswert des Satzes verändern kann. Ein analoges Beispiel von B. Russell ist der Satz „George IV wollte wissen, ob Walter Scott der Autor von *Waverley* sei“, der wahr sein möge. Der Satz, der durch die Ersetzung von „der Autor von *Waverley*“ durch den bedeutungsgleichen Namen „Walter Scott“ entsteht, also „George IV wollte wissen, ob Walter Scott Walter Scott sei“, ist hingegen falsch. Von W. V. Quine stammt das Beispiel: „Es ist eine mathematische Wahrheit, daß  $9 = 9$  ist“; ersetzt man hier den Namen „9“ durch den bedeutungsgleichen Namen „die Anzahl der Planeten“, so entsteht ein falscher Satz. Frege nimmt nun an, daß

in allen Kontexten, in denen eine solche Ersetzung bedeutungsgleicher Ausdrücke *salva veritate* nicht möglich ist — er nennt sie *indirekte* oder *oblique* Kontexte —, die Bedeutung eines Ausdrucks sein Sinn ist. Diese Annahme ist recht natürlich, da wir z. B. in der indirekten Rede „Fritz sagte, daß er das Buch gelesen habe“ nur über den Inhalt oder Sinn einer Behauptung von Fritz sprechen, ohne zu deren Wahrheit Stellung zu nehmen. Wir reden also nicht, wie in dem Satz „Fritz hat das Buch gelesen“, über das Buch und seine Lektüre durch Fritz, sondern über den Sinn einer Aussage, die nur als direkte Behauptung eine Aussage über das Buch ist. Frege sagt:

„Wenn man in der gewöhnlichen Weise Worte gebraucht, so ist das, wovon man sprechen will, deren Bedeutung. Es kann aber auch vorkommen, daß man von den Worten selbst oder von ihrem Sinne reden will. Jenes geschieht z. B., wenn man die Worte eines anderen in gerader Rede anführt. Die eigenen Worte bedeuten dann zunächst die Worte des anderen, und erst diese haben die gewöhnliche Bedeutung. Wir haben dann Zeichen von Zeichen. In der Schrift schließt man in diesem Falle die Wortbilder in Anführungszeichen ein. Es darf also ein in Anführungszeichen stehendes Wortbild nicht in der gewöhnlichen Bedeutung genommen werden. Wenn man von dem Sinne eines Ausdrucks, A, reden will, so kann man dies einfach durch die Wendung „der Sinn des Ausdrucks A“ In der ungeraden Rede spricht man von dem Sinne z. B. der Rede eines anderen. Es ist daraus klar, daß auch in dieser Redeweise die Worte nicht ihre gewöhnliche Bedeutung haben, sondern das bedeuten, was gewöhnlich ihr Sinn ist. Um einen kurzen Ausdruck zu haben, wollen wir sagen: die Wörter werden in der ungeraden Rede ungerade gebraucht, oder haben ihre ungerade Bedeutung. Wir unterscheiden demnach die gewöhnliche Bedeutung eines Wortes von seiner ungeraden und seinem gewöhnlichen Sinn von seinem ungeraden Sinne. Die ungerade Bedeutung eines Wortes ist also sein gewöhnlicher Sinn. Solche Ausnahmen muß man immer im Auge behalten, wenn man die Verknüpfungsweise von Zeichen, Sinn und Bedeutung im einzelnen Falle richtig auffassen will“. (KS, S. 145.)

Frege zeigt in einer detaillierten Analyse der verschiedenen Typen von Nebensätzen — indirekte Kontexte sind immer Nebensätze —, daß sich dieser Ansatz durchführen läßt, daß man also das funktionale Prinzip für Bedeutungen aufrechterhalten kann, wenn man annimmt, daß Ausdrücke in indirekten Kontexten ihren normalen Sinn bedeuten (vgl. KS, S. 151 — 162). Die Bedeutung eines Ausdrucks ist also nach Frege kontextabhängig. Für den Sinn gilt das

nicht. Obwohl Frege nichts über den Sinn von Ausdrücken in indirekten Kontexten sagt, liegt es doch nahe anzunehmen, daß es der normale ist. Dann legt der Sinn eines Ausdrucks freilich dessen Bezug nicht eindeutig fest — der hängt ja vom Kontext ab, nicht aber der Sinn. Die These, der Sinn bestimme (mit den Tatsachen) den Bezug, stellt Frege aber in SB an einer Stelle auf, wo von indirekten Kontexten noch nicht die Rede ist. Einen speziellen ungeraden Sinn anzunehmen ist solange verfehlt, als man ihn inhaltlich nicht genauer charakterisieren kann.

## 5.5 Kritik

An Freges Unterscheidung von Sinn und Bedeutung ist von verschiedenen Seiten Kritik geübt worden. Die wichtigsten Einwände betreffen folgende Punkte:

1) Frege gibt keine brauchbaren Kriterien dafür an, wann verschiedene Ausdrücke der gleichen Kategorie (Namen, Sätze, Prädikate) denselben Sinn haben.

Einerseits ist der Sinn eines Ausdrucks so eng zu fassen, daß eine Substitution sinn gleicher Ausdrücke in allen Kontexten *salva veritate* möglich ist. Sinn gleichheit entspricht damit der Synonymität. Frege schränkt das nur durch den Hinweis ein, daß es bei den für die Substitution betrachteten Kontexten nur auf den deskriptiven Sinn ankommen darf, auf das, was für Wahrheit relevant ist. Nun ist es zwar möglich, den Satz „Alfred ist noch nicht gekommen“ als deskriptiv äquivalent mit dem Satz „Alfred ist nicht gekommen“ anzusehen und das „noch“ als Ausdruck einer Erwartung des Sprechers zu deuten, der zur Kundgabe zu rechnen ist (vgl. KS, S. 348). Problematischer ist das aber, wenn der Satz in einem indirekten Kontext steht wie z. B. in der Aussage: „Hans hofft, daß Alfred noch nicht gekommen ist“. Hier würde die Streichung von „noch“ den Inhalt des Satzes ändern. Andererseits gibt Frege sehr weite Kriterien für Sinn gleichheit an, die den Sinn in die Nähe dessen rücken, was man seit Carnap (1956) als *Intension* bezeichnet. Man betrachtet mögliche Welten (als umfassend spezifizierte mögliche Situationen) und sieht zwei Ausdrücke als intensionsgleich an, wenn sie in allen möglichen Welten dieselbe *Extension* (denselben Bezug) haben, wobei die Ex-

tensionen so bestimmt werden wie bei Frege die Bedeutungen — gelegentlich sieht man als Extension eines Prädikats auch dessen Umfang an. Die Intension eines Ausdrucks A kann man dann als jene Funktion bestimmen, die jeder möglichen Welt w die Extension von A in w zuordnet. Diese Bestimmung ergibt — wo die Menge W möglicher Welten festliegt — exakte Kriterien für Intensionsgleichheit. Die Intension eines Ausdrucks läßt sich aber nicht mit dessen Bedeutung identifizieren, weil die Ersetzung intensionsgleicher Ausdrücke z. B. in Glaubenssätzen deren Wahrheitswert verändern kann. Darauf haben wir schon oben hingewiesen. Wir haben auch gesehen, daß Frege für Ausdrücke, die keine analytischen Bestandteile enthalten, Sinn gleichheit annimmt, wo nach Carnaps Intensionsgleichheit vorliegt, d. h. analytische Äquivalenz bei Sätzen, analytische Identität bei Namen oder analytische Geltung der Umfangsgleichheit bei Prädikaten.

2) Was unter dem Sinn von Eigennamen zu verstehen ist, bleibt bei Frege offen.

Seine Annahme, der Sinn solcher Namen sei nur in der normalen Sprache nicht eindeutig bestimmt, ist wenig überzeugend. Auch der Eigenname „Nullklasse“ kann durch verschiedene Kennzeichnungen erklärt werden, so ist z. B. die Nullklasse jene Klasse, die keine Elemente enthält, oder jene Klasse, deren Vereinigung mit einer beliebigen Klasse wieder diese Klasse ergibt. Da sich dasselbe Objekt a ferner durch verschiedene Kennzeichnungen beschreiben läßt, bei empirischen Objekten aber keine der Aussagen „a ist jenes Objekt, das die Eigenschaft F hat“ (symbolisch  $a = \text{xF}(x)$ ) analytisch gilt, ist die Kennzeichnungstheorie der Eigennamen grundsätzlich nicht haltbar<sup>5</sup>. Daher hat man oft behauptet, solche Eigennamen hätten keinen Sinn, ihre semantische Funktion bestünde allein darin, daß sie auf bestimmte Objekte referieren, also in ihrem Bezug. Es wäre jedoch ungünstig, manchen Namen einen Sinn zuzuschreiben, anderen hingegen nicht. In der intensionalen Logik besteht kein Problem: Die Intension eines Namens a ist jene Funktion f(w), die jeder möglichen Welt w jenes Objekt zuordnet, das a in w bezeichnet. Von Eigennamen wird man nun annehmen, daß sie in allen Welten dasselbe Objekt bezeichnen, also sog. *Standardnamen* sind. Bezeichnet

<sup>5</sup> Vgl. dazu z. B. Kripke (1972).

also  $a$  in unserer Welt das Objekt  $\alpha$ , so gilt für alle Welten  $w$  ( $w$ ) =  $\alpha$ . Damit legt der Bezug von  $a$  in unserer Welt die Intension von  $a$  fest. Auf diesem Wege kann man der Intuition gerecht werden, daß Eigennamen semantisch durch ihren Bezug bestimmt sind. Für ihren Sinn kann man das aber nicht behaupten. Wie Quine betont hat, kann z. B. aus dem wahren Satz „Fritz glaubt, daß Cicero der Autor von *De officiis* ist“ durch Ersetzung von „Cicero“ durch „Tullius“ trotz der Intensionsgleichheit beider Namen ein falscher Satz entstehen, wenn Fritz nicht weiß, daß „Tullius“ dieselbe Person bezeichnet wie „Cicero“. Es ist allerdings zu betonen, daß es bis heute keinen Ansatz zur Bestimmung von Bedeutungen gibt, der sich an Exaktheit mit der Theorie der Intensionen messen könnte.

3) Bei Aussagen über die Identität von Begriffen ergibt sich ein ähnliches Problem wie bei jenen über die Identität von Objekten, das aber mit Freges Unterscheidung von Sinn und Bedeutung nicht lösbar ist.

Man bezieht sich bei diesem Einwand auf die *Paradoxie der Analyse* von G. E. Moore<sup>6</sup>. Der Satz (a), „Der Begriff ‚Bruder‘ ist identisch mit dem Begriff ‚männliches Geschwister‘“ hat danach einen anderen, weil nicht trivialen und im Zusammenhang mit Begriffsanalysen relevanten, Sinn als der Satz (b), „Der Begriff ‚Bruder‘ ist mit dem Begriff ‚Bruder‘ identisch“. Sind aber diese Sätze sinnverschieden, so müssen auch die Ausdrücke „der Begriff ‚Bruder‘“ und „der Begriff ‚männliches Geschwister‘“ sinnverschieden und daher die beiden Begriffe verschieden sein. Begriffsanalysen, so scheint es demnach, sind immer trivial wie (b), wenn der analytische mit dem analysierenden Begriff identisch ist, oder falsch, wie (a) es ist, wenn diese Begriffe verschieden sind.

A. Church hat in (1946) vorgeschlagen, diese Paradoxie in Analogie zu der Fregeschen Paradoxie der Identität von Gegenständen aufzulösen, indem man die Ausdrücke „der Begriff ‚Bruder‘“ und „der Begriff ‚männliches Geschwister‘“ als bedeutungsgleich<sub>F</sub>, aber sinnverschieden auffaßt. Aber was soll hier der Sinn von Begriffsnamen im Gegensatz zu ihrer Bedeutung<sub>F</sub> sein? Freges Unterscheidung zwischen Sinn und Bezug von Prädikaten ist hier jedenfalls

<sup>6</sup> Vgl. dazu Schilpp (1942), S. 660–67, sowie Carnap (1956), S. 63 und Langford (1942).

nicht brauchbar, da in (a) und (b) als Begriffsanalysen nicht von Begriffsumfängen (oder extensionalen Begriffen) die Rede ist, sondern von inhaltlich bestimmten Begriffen. Sonst läge ja keine Begriffsanalyse, sondern eine empirische Behauptung vor.

Korrektweise wird man die Behauptung (a) denn auch so formulieren: (c) „Das Prädikat ‚Bruder‘ ist sinngleich (synonym) mit dem Prädikat ‚männliches Geschwister‘“. Dann tritt die Paradoxie nicht auf, weil die Terme „Bruder“ und „männliches Geschwister“, wie sie in (c) vorkommen, nicht nur sinn-, sondern auch bedeutungsverschieden<sub>F</sub> sind — sie bezeichnen ja verschiedene Ausdrücke — und so für eine Substitution von Identischem von vornherein nicht in Frage kommen. Die Formulierung (c) ist auch deshalb adäquater als (a), weil es in den sogenannten Begriffsanalysen nicht um die Feststellung einer Identität von Begriffen geht, sondern um Aussagen über die Bedeutungen von Prädikaten.

Auf ein ähnliches Problem hat W. V. Quine in (1964 a) hingewiesen. Nach ihm ist Freges Annahme, daß Ausdrücke in indirekten Kontexten ihren üblichen Sinn bedeuten<sub>F</sub> nicht ausreichend. Ist z. B.  $A$  ein kontingenterweise wahrer Satz, so ist  $F$  derjenige Begriff  $g$ , für den gilt:  $A$  und  $g$  ist mit  $F$  identisch — symbolisch:  $F = \text{ig}(A \wedge g = F)$ . Die Prädikate „ $F(x)$ “ und „ $\text{ig}(A \wedge g = F)(x)$ “ sind also sinngleich, trotzdem gilt aber nicht, daß mit „ $N(F(a))$ “ („ $F(a)$ “ ist logisch notwendig“) auch „ $N(\text{ig}(A \wedge g = F)(a))$ “ wahr ist, denn aus dem letzteren Satz folgt die falsche Behauptung „ $N(A)$ “. Hier liegt also ein Fall vor, in dem die Ersetzung sinngleicher Ausdrücke sogar die Bedeutung<sub>F</sub> des Kontextes verändern kann. Der Ausweg, daß die Ausdrücke „ $F$ “ und „ $\text{ig}(A \wedge g = F)$ “ zwar bedeutungsgleich<sub>F</sub>, aber sinnverschieden seien, ist hier nicht gangbar, denn nicht diese Ausdrücke (als Eigennamen für Begriffe) werden in den fraglichen Kontexten ersetzt, sondern die Prädikate „ $F(x)$ “ und „ $\text{ig}(A \wedge g = F)(x)$ “, die gleiche Begriffe ausdrücken, also sinngleich sind. Eine eventuelle Sinnverschiedenheit der Begriffsnamen ist also für das Problem unerheblich. — Es besteht nun aber kein Grund, die Annahme aufzugeben, daß zwei Prädikate, die denselben Begriff ausdrücken, auch immer bedeutungsgleich sind. Denn es ist zwischen Namen für Begriffe und Prädikaten zu unterscheiden: Der Ausdruck „ $\text{ig}(A \wedge g = F)(x)$ “ ist in dieser Form nicht sinnvoll, da hier ein Eigennamen („ $\text{ig}(A \wedge g = F)$ “) an die Stelle eines Prädikatenzeichens vor das Argument gesetzt wird. Korrekt müßte die Schreibweise

lauten: „ $x \text{ eig}(A \wedge g = F)$ “ („der Gegenstand  $x$  fällt unter den Begriff  $\text{ig}(A \wedge g = F)$ “) – dann kommt aber in „ $N(\text{a eig}(A \wedge g = F))$ “ der Name „ $\text{ig}(A \wedge g = F)$ “ vor, von dem man annehmen kann, er sei von „ $F$ “ sinnverschieden, so daß eine Schwierigkeit nun für die Fregesche Semantik nicht mehr auftritt – oder man muß den Eigennamen „ $\text{ig}(A \wedge g = F)$ “ durch ein Prädikat ersetzen, nämlich durch den Ausdruck  $A \wedge F(x)$  – dann liegt es aber auf der Hand, daß die Begriffe  $F(x)$  und  $A \wedge F(x)$  nicht identisch und also die Prädikate „ $F(x)$ “ und „ $A \wedge F(x)$ “ nicht sinngleich sind, so daß die Schwierigkeit wiederum beseitigt ist. Zudem kann man, falls  $A$  kontingenterweise wahr ist, nicht sagen, es sei  $F = \text{ig}(A \wedge g = F)$  – denn es gilt nicht analytisch, daß  $F$  leer ist, falls  $A$  falsch ist, wohl aber, daß  $\text{ig}(A \wedge g = F)$  leer ist, falls  $A$  falsch ist. Die korrekte Identität lautet:  $F$  ist jener Begriff  $g$ , für den gilt, daß  $A$  *tatsächlich* gilt, und  $g = F$  ist, symbolisch  $\text{ig}(TA \wedge g = F)$ . Dann gilt aber auch  $N(Fa) \equiv N(\text{a eig}(TA \wedge g = F))$ , denn es gilt  $TA \supset NTA$ .

4) Die Annahme einer Kontextabhängigkeit des Bezuges von Ausdrücken führt dazu, daß ein und dasselbe Vorkommnis eines Ausdrucks zwei verschiedene Bezüge haben kann.

Darauf hat Carnap in (1956) hingewiesen. Er bezieht sich dabei auf ein Beispiel, das Frege in SB diskutiert: „Bebel wähnt, daß ...“. Hier steht „wähnt, daß ...“ für „glaubt, daß ...“, und nicht ...“. In diesem Ausdruck steht aber „...“ einmal im indirekten, einmal im direkten Kontext, also muß in der abkürzenden Form „wähnt, daß ...“ der Ausdruck „...“ zugleich seine übliche Bedeutung<sub>F</sub> wie seinen üblichen Sinn bedeuten<sub>F</sub>. – Es genügt aber für die korrekte Beantwortung aller Substitutions- und Synonymitätsfragen zu diesem Satz, daß „...“ hier im indirekten Kontext steht und seinen üblichen Sinn bedeutet<sub>F</sub>.

5) Freges Unterscheidung von Sinn und Bedeutung<sub>F</sub> hat eine unendliche Hierarchie von Sinnen zur Folge, die unbestimmt bleiben. Für jede Entität kann man Namen einführen, auch für Sinninhalte. Was ist aber der Sinn solcher Sinnamen, der Sinn von Namen für diese Sinninhalte usf.? Man müßte so eine unendliche Hierarchie von Sinnentitäten annehmen. – A. Church hat denn auch versucht, eine solche Hierarchie von Sinninhalten anzugeben und so die Ontologie

der Fregeschen Semantik zu präzisieren<sup>7</sup>. Aber dieses System ist nur formal interessant, nicht hingegen semantisch, denn in ihm werden die Sinninhalte höherer Stufen inhaltlich nicht näher charakterisiert. Andererseits ist es aber auch gar nicht nötig, eigene Namen für Sinninhalte einzuführen und ihnen wieder einen Sinn zuzuschreiben. Namen für Sinninhalte werden bei Frege nicht benötigt: Um über Sinninhalte zu sprechen werden nicht neue Namen verwendet, sondern indirekte Kontexte. Namen für Sinninhalte würde man wohl auch als Standardnamen ansehen müssen.

Carnap meint allerdings, die Sinninhalte höherer Stufen würden tatsächlich gebraucht in mehrfach obliquen Kontexten, wie z. B. „Es ist nicht notwendig, daß Hans glaubt, daß es möglich ist, daß  $p$ “. Aber auch hier genügt es für alle einschlägigen semantischen Betrachtungen anzunehmen, daß „ $p$ “ im indirekten Kontext steht und seinen üblichen Sinn bedeutet<sub>F</sub>.

Die stichhaltigen Einwände (1) und (2) gegen Freges Semantik lassen seine Theorie nicht als unbrauchbar erscheinen, sondern weisen nur auf offene Probleme hin, die aber bis heute auch von anderer Seite nicht gelöst worden sind. Insgesamt ist es ein wichtiges Verdienst Freges, daß er die alte Unterscheidung zwischen Konnotation (Bedeutung) und Denotation (Bezug), die in der neuzeitlichen Philosophie weithin vergessen war – eine der wenigen Ausnahmen bildet John Stuart Mill – wieder in die moderne Diskussion eingeführt und einen Ansatz zu ihrer Präzisierung gemacht hat. Die intentionale Logik bedeutet einen wesentlichen Schritt über die extensionale Logik hinaus, einen entscheidenden Schritt insbesondere auf dem Wege zur logischen Analyse der natürlichen Sprachen, die außerordentlich reich an indirekten Kontexten sind. Dazu sei noch einmal auf die bahnbrechenden Arbeiten von R. Montague verwiesen. Frege selbst, dem es um die logische Analyse der Grundlagen der Mathematik ging, die sich in einer extensionalen Sprache, d. h. ohne indirekte Kontexte, formulieren läßt, wollte keine nichtextensionale Sprache und Logik aufbauen, sondern nur einige Probleme klären – wie etwa das eines adäquaten Verständnisses von Identität

<sup>7</sup> Vgl. Church (1943) und (1951).

tätsaussagen —, die sich beim Aufbau einer extensionalen Logik stellen. Das ist bei der Bewertung seiner im Vergleich mit modernen Theorien eher sparsamen Ausführungen zu Sinn und Bedeutung zu berichten. Frege wollte in SB auch keine umfassende sprachphilosophische Bedeutungstheorie liefern, so daß es sich erübrigt, in einer Besprechung dieses Aufsatzes auf die Problematik der realistischen Semantik einzugehen.

## 6 Funktion, Begriff, Wertverlauf, Klasse

### 6.1 Funktionen und Begriffe

Den Funktionsbegriff hat Frege schon in BS, § 9 diskutiert. Seine Ausführungen leiden dort allerdings unter der mangelnden Unterscheidung zwischen Bezeichnung und Bezeichnetem. In den hier zu erörternden Arbeiten FB, BG, WF erläutert er diesen Begriff nun genauer — um eine Definition kann es sich bei diesem Grundbegriff nicht handeln.

Frege geht von einstelligen arithmetischen Funktionen aus, und lehnt zunächst zwei Erklärungsversuche ab:

1) Man sagt oft, Funktionen seien *Ausdrücke*, die freie Variable enthalten, wie z. B. „ $x^2 + 3x$ “. Aber wie soll ein Ausdruck Werte für verschiedene Argumente annehmen können? Außerdem wären dann „ $x^2 + 3x$ “ und „ $y^2 + 3y$ “ verschiedene Funktionen.

2) Funktionen sind auch keine „Veränderlichen“. Denn etwas verändert sich bzgl. eines anderen, und wo das nicht spezifiziert wird, ist eine Veränderung in der Zeit gemeint. Eine zeitliche Veränderung spielt aber in der Mathematik keine Rolle. Was verändert sich? Eine Größe, eine Zahl? Neben den bestimmten Zahlen wie 1, 17 oder  $\pi$  gibt es keine veränderlichen oder unbestimmten Zahlen. Die freien Variablen in einem Funktionsausdruck bezeichnen keine unbestimmten Zahlen; sie haben keine selbständige Bedeutung, sondern dienen im Kontext einer Aussage zum Ausdruck der Allgemeinheit, wie z. B. in „ $x(x-4) = x^2 - 4x$ “. Die Ausdrücke „ $x$ “ und „ $x(x-4)$ “ sind hingegen bedeutungslos.

Bei seiner Analyse geht Frege wie in SB von Funktionsausdrücken aus. Die Ausdrücke „ $2 \cdot 1^3 + 1$ “, „ $2 \cdot 2^3 + 2$ “, „ $2 \cdot 4^3 + 4$ “ usw. enthalten einen gemeinsamen Bestandteil, den man so schreiben kann „ $2 \cdot ( )^3 + ( )$ “. Dieser Ausdruck enthält Leerstellen — sie werden durch ( ) angedeutet —, in die man Zahlenamen einsetzen kann. Dadurch entsteht dann wieder ein Zahlname, wie „ $2 \cdot (17)^3 + (17)$ “.