

ÜBER DIE VIER „THEMATA“ DER STOISCHEN LOGIK

Durch neuere Forschungen¹ sind die Grundlagen der stoischen Logik, als deren hervorragendster Vertreter Chrysippos zu gelten hat, weitgehend aus den noch erhaltenen, oft leider sehr fragmentarischen Quellen rekonstruiert worden.

Die stoische Logik war eine Regellogik, keine Satzlogik wie anscheinend die aristotelische Syllogistik. Trotzdem spielen in ihr auch Wahrheitswerttafeln für die elementaren logischen Verknüpfungen, wie wir sie heute noch im sog. „Ausagenkalkül“ zumeist als Grundlage benutzen, eine wesentliche Rolle.

Explizit werden von den Stoikern selbst als Grundlage ihrer gesamten deduktiven Logik erstens fünf einfache „unbeweisbare“ Regeln (*[ἀρχαὶ] ἀποδείκται λόγῳ*)² und zweitens vier (ebenfalls als unbeweisbar anzunehmende) „Meta-Regeln“ (d. h. Regeln über Regeln), *θεῖα* genannt, bezeichnet. Davon sind uns heute die fünf „unbeweisbaren“ Grundregeln noch wohl bekannt, aus einer ganzen Reihe im wesentlichen übereinstimmender Quellen³. Die vier „Themata“ dagegen kennen wir nur noch zum Teil. Das 1. und 3. Thema ist im Wortlaut überliefert, über das zweite gibt es eine sehr wahrscheinlich zutreffende Vermutung; über das 4. Thema weiß man eigentlich nichts.

Die folgende Untersuchung stellt sich nun vor allem die Aufgabe, dieses 4. Thema aus den spärlichen in unseren Quellen noch vor-

¹ J. Eukasiewicz, Zur Geschichte der Aussagenlogik, Erkenntnis Bd. 5 (1936); dazu, Aristotle's Syllogistic from the standpoint of modern formal logic, Oxford 1951. B. Mates, Stoic Logic (Univ. of California Publications in Philosophy Vol. 26), Berkeley and Los Angeles 1953. Auf diese letzte ausgezeichnete Darstellung werden wir uns öfter beziehen, unter dem Namen des Autors mit Seitenangabe. Dasselbe auch ein umfassendes Literaturverzeichnis.

² Als *ἀποδείκται λόγῳ* scheinen die Stoiker auch komplexe und abgeleitete Regeln zu bezeichnen, sofern sie aus rein logischen Gründen gelten und keines sachlichen Beweises (*ἀπόδειξις*) bedürfen. Doch werden vorzugsweise fünf einfache Grundregeln als *ἀποδείκται* bezeichnet. Vgl. Mates S. 63f., bes. Anm. 30 auf S. 64.

³ Vgl. die Zusammenstellung bei Mates S. 20.

findlichen Hinweisen zu ermitteln. Das Ergebnis kann freilich der Natur der Sache nach nicht mehr als eine möglichst wahrscheinliche Vermutung sein; indessen erscheint uns eine solche auch nicht ohne Bedeutung.

Es seien zunächst als Grundlage weiterer Betrachtungen die fünf „unbeweisbaren“ Grundregeln vorgeführt. Nach Sextus Empiricus, Pyrrhon. Epyktyr. II, 157 sind dies die fünf *ἀνωδέετροι*:

- I. *τῶν (τῶν) ἐκ συνημμένων καὶ τῶν ἠγούμενων τὸ μῆλον συνάγοντα.*
- II. *δέτερον τῶν ἐκ συνημμένου καὶ τῶν ἀντικειμένου τῶν μῆλων τὸ ἀντικείμενον τοῦ ἠγούμενου συνάγοντα.*
- III. *τῶν ἐξ ἀπορριπτῶν συλλαβῶν καὶ ἐνὸς τῶν ἐκ τῆς συλλαβῆς τὸ ἀντικείμενον τοῦ λαπιῶν συνάγοντα.*
- IV. *τέταρτον τῶν ἐκ διεξυγμένου καὶ ἐνὸς τῶν ἐπέξυγμένων τὸ ἀντικείμενον τοῦ λαπιῶν συνάγοντα.*
- V. *πέμπτον τῶν ἐκ διεξυγμένου καὶ τοῦ ἀντικειμένου ἐνὸς τῶν ἐπέξυγμένων τὸ λαπιῶν συνάγοντα.*¹

Zu deutsch: Der Schluß, der

- I. aus einer Implikation (einem Bedingungsatz) und dem Vorderglied auf das Hinterglied schließt;
- II. aus einer Implikation und dem Gegenteil des Hinterglieds auf das Gegenteil des Vorderglieds schließt;
- III. aus der Vernennung einer Konjunktion und einem der Konjunktionsglieder auf das Gegenteil des restlichen Gliedes schließt;
- IV. aus einer (starken) Disjunktion und einem der Disjunktionsglieder auf das Gegenteil des restlichen Gliedes schließt;
- V. aus einer (starken) Disjunktion und dem Gegenteil eines der Disjunktionsglieder auf das restliche Glied schließt.

¹ Ich befinde mich hier in einem gewissen Gegensatz zu der Auffassung von Matthes S. 73f. Auch dieser Autor gibt zu, daß die Quellen bei den *Αποδοκτικοῖς* übereinstimmen in der Formulierung mit *ἀντικείμενον*, mit Ausnahme des Anfangs der dritten Grundregel, wo *ἀπορριπτῶν* steht. Aber er bemerkt, daß die von Sextus Empiricus, Diogenes Laertius u. a. gegebenen Schemata (*τῶν*) an Stelle des kontradiktorischen Gegenteils (des eigentlichen Antikemmon) die einfache Negation haben. Das ist richtig; aber diese Schemata oder konkreten Beispiele widersprechen ja damit nicht der allgemeinen Formulierung der betr. Regel, sondern sind nur spezieller als diese. Ich halte mich deshalb an die doch ganz explizite allgemeine Formulierung der Regeln und (später) Metaregeln (Themata). Logisch ist der Unterschied zwischen Antikemmon und *Αποφατικῶν*, wie wir sehen werden, von ganz wesentlicher Bedeutung.

In moderner Form können die fünf Grundregeln so dargestellt werden:

- I. $P_1 \text{ imp } P_2, P_1 \rightarrow P_2$
- II. $P_1 \text{ imp } P_2, \text{ctr } P_2 \rightarrow \text{ctr } P_1$
- III. $\text{non } (P_1 \text{ et } P_2), P_1 \rightarrow \text{ctr } P_2$
- IV. $P_1 \text{ aut } P_2, P_1 \rightarrow \text{ctr } P_2$
- V. $P_1 \text{ aut } P_2, \text{ctr } P_1 \rightarrow P_2$

Bedeutung der Abkürzungen:

Negation: *non-P*: „nicht P“; *ἀπορριπτῶν* (negativum): „*οὐχί*“

Kontradiktion: *ctr P*: „das Gegenteil von P“; *ἀντικείμενον* (*contrarium*)

Implikation: *P imp Q*: „*P* impliziert *Q*“; *συνημῶν* (*conaxum*): „*εἰ*“

Konjunktion: *P et Q*: „P und Q“; *συνεπλεγμένον* (*coniunctum*)

„*καὶ*“

(Starke) Disjunktion: *P aut Q*: „entweder P oder Q“; *διεξυγμένον* (*disiunctum*): „*ἢ*τοι — *ἢ*“

Folgebeziehung: $P \rightarrow Q$: „aus P folgt Q“; „*συνάγετα*“ („*colligitur*“)

ctr und *non* binden stärker als *aut*, *et*, *imp* und das Komma, diese sämtlich stärker als der Pfeil; z. B. $P, Q \rightarrow R$ besagt $(P, Q) \rightarrow R$, aber $P \rightarrow Q; Q \rightarrow R$ bedeutet $(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R)$.

Wagerechter „Deduktionsstrich“ bei Meta-Regeln bedeutet: „daraus kann hergeleitet (deduziert) werden“; griechisch wieder gegeben durch: „*ὅταν*“ bzw. „*ἄρα*“.

Die doppelte Negation heißt: *ἐπεγαγορικῶν*. Der Satz (bzw. die Regel) von der doppelten Vernennung wird von Diogenes Laertius (VII, 69) so angesprochen: *ἐπεγαγορικῶν δ' ἐστὶν ἀποφατικῶν ἀποφατικῶν, ὅταν „οὐχὶ ἤμέγα οὐκ ἐστὶ“ . τίθηται δὲ τὸ „ἤμέγα ἐστὶ“*.

Hier ist die sprachliche Fassung des doppelt vernannten Satzes nicht korrekt; denn Sextus Empiricus sagt (*adv. Math.* VIII, 90) ausdrücklich, eine Negativpartikel (*οὐχί*), die sich auf einen ganzen Satz bezieht, müsse unbedingt am Anfang desselben stehen. Das nach mußte der obige Satz lauten: „*οὐχὶ οὐχὶ ἤμέγα ἐστὶν*“. Und in der Tat steht er so bei Alexander, in *Anal. Prior.* p. 18, 5—6.

Wir kommen nun zu unserem eigentlichen Gegenstand, den „Themata“ oder Meta-Regeln der stoischen Logik. Diese dienen dazu, aus einer Schlußregel eine andere herzuleiten; sie haben also

die Schlussregel zu Objekten, worauf sie sich beziehen. Genau genommen gehören also die einfachen Schlussregeln einer anderen, der primären, Sprache an als die Themata, die Metaregeln, welche in einer sekundären Sprache oder „Metasprache“ ausgesagt werden. Diese Metasprache ist eine Sprache, in der über eine andere Sprache, die „Objektsprache“, geredet wird.

Wie schon bemerkt, sind nur das erste und dritte Thema überliefert, über das zweite besteht eine sehr plausible Vermutung, das vierte ist noch unbekannt.

Das erste Thema

Das erste Thema (*prima constitutio vel primum expositum*) ist lateinisch überliefert bei Apuleius, in *regl. eqmpeias* 277—278 (p. 101, 5—10 Thomas) und lautet so:

„*Si ex duobus tertium quid colligitur, alterum eorum cum contrario illationis colligit contrarium reliqua.*“⁵

Ins Griechische zurückübersetzt etwa:

„*Ἦταν ἐκ δύο τῶν τῶν τινος συναγγραται, τὸ ἕτερον αὐτῶν μετὰ τοῦ ἀντικειμένου τῆς ἐπιτροπῆς συνάγει τὸ ἀντικείμενον τοῦ λοιποῦ.*“⁶

Das heißt: „Wenn aus zweien ein drittes folgt, so auch aus dem einen von ihnen mit dem Gegenteil der Folgerung das Gegenteil des anderen.“

In Symbolen:

Wenn $P_1, P_2 \rightarrow P_3$, dann $P_1, \text{ctr } P_2 \rightarrow \text{ctr } P_3$

Oder noch kürzer: $\frac{P_1, P_2 \rightarrow P_3}{P_1, \text{ctr } P_2 \rightarrow \text{ctr } P_3}$

Dabei ist die „Wenn-so“-Beziehung der Metasprache durch den wagerechten „Deduktionsstrich“ wiedergegeben worden; denn es

⁵ Mates S. 77 übersetzt das erste Thema nicht ganz korrekt. Denn er gibt „*contrarium*“, d.h. das griechische *ἀντικείμενον*, beide Male mit „the demal“ wieder, während doch „the contradictory“ am Platz wäre. Es handelt sich nicht bloß um einen sprachlichen, sondern auch um einen wesentlichen logischen Unterschied. Die Metaregel ist in der Originalfassung mit „*contrarium*“, stärker als in der Übersetzung von Mates. Denn sie läuft in der Originalfassung darauf hinaus, daß die beiden Regeln $P_1, P_2 \rightarrow P_3$ und $P_1, \text{non-}P_2 \rightarrow \text{non-}P_3$ äquivalent sind, während in der Matessehen Fassung nur die zweite aus der ersten folgt, aber nicht umgekehrt die erste aus der zweiten.

⁶ Der Artikelgebrauch im Griechischen ist natürlich nicht sicher zu rekonstruieren.

handelt sich in Wahrheit um eine Ableitung (Folgerung), nicht um eine Implikation.

Das erste Thema bringt das Verfahren der Kontraposition zum Ausdruck, eines der wichtigsten Mittel, über die die stoischen Logiker verfügten, um aus einer Schlussregel eine andere abzuleiten.

Das dritte Thema

Das andere überlieferte Thema ist das dritte; es wird von Alexander (in *Anal. Prior.* p. 278, 8—14 Walles) und Simplicius (in *de coelo* p. 236, 33—237, 4 Diels) in einer peripatetischen und zwei leicht voneinander abweichenden stoischen Fassungen angeführt.

Peripatetisch:

συνθετικὸν θέωρημα.

τὸ τῶν καλοῦμενον θέμα.

(Alex.) Ἦταν ἐκ τινος συνάγεται (Alex.) Ἦταν ἐκ δύο τῶν τινος συνάγεται, ἐπὶ δὲ αὐτῶν ἔσθω ἢ τινῶν συνάγη τι, καὶ τὰ συνακταὰ αὐτοῦ, μεθ' ὧν ἢ μεθ' ὧν τὰ καὶ ἐκ τῶν ἔσθω τοῦ ἕτερου συνάγει τι ἐκείνο, καὶ αὐτὰ τὸ αὐτὸ συναγίσει.

(Simpl.) ἔν τινος τῶν τινος συνάγεται, τὸ δὲ συναγόμενον μετ' ἄλλου τινός ἔσθω συνάγη τι, καὶ ἐκ τῶν τῶν τῶν δύο τῶν ἔσθω προσαφθεῖντος συναγίσει ται τὸ αὐτό.

Wie man sieht, entspricht die peripatetische den beiden stoischen Formulierungen.

Diese sind sich zwar sehr ähnlich, aber doch nicht ganz übereinstimmend. Bei Alexander ist von zwei von außen hinzukommenden Voraussetzungen die Rede, bei Simplicius nur von einer. Obwohl es sich in beiden Fällen um einen verzweigten Kettenanschluß (sog. „Syllogismus“) handelt, ist das Verzweigungsschema nicht ganz dasselbe, wie aus den beiden unten stehenden Figuren (a) (b) ersichtlich. Die peripatetische Fassung faßt dagegen beide Varianten zusammen.

Das dritte Thema der Stoiker lautet nämlich:

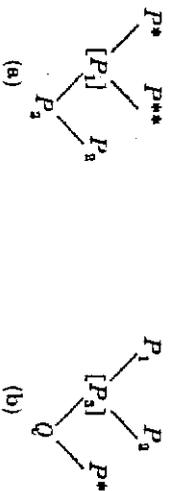
a) nach Alexander

$$P_1, P_2 \rightarrow P_3; P_1, P_2 \rightarrow P_1$$

b) nach Simplicius

$$P_1, P_2 \rightarrow P_3; P_2, P_3 \rightarrow Q$$

In den beiden folgenden Figuren ist die Art der Verzweigung graphisch dargestellt. Die Voraussetzungen stehen dabei jeweils über den Folgerungen, so daß die Schemata von oben nach unten zu lesen sind.



Die mit Sternen bezeichneten Aussagen sind die „von außen“ hinzugenommenen. Das Verzweigungsschema selbst ist beide Male dasselbe, aber die Anzahl und die Stellung der „von außen“ stammenden Aussagen ist verschieden.

Diese Verschiedenheit entspricht der aristotelischen Unterscheidung zwischen den Schlußweisen *ἀπὸ προσηλωτικῶν* und *ἀπὸ κλειστικῶν μέσων συνεκῶν* (Analyt. priora I, 25; p. 42b, 5—6). Die zweite wird von den Stoikern *ἐπιβαλλόμενες* und *ἐπιβαλλόμενοι* genannt (Alex., in Anal. prior. p. 283, 3—284, 19. — Über die Prosyllogismen s. Alex. l. c. p. 282, 16—283, 2; 274, 9ff.). Alexander gibt eine peripatetische Version der beiden Schlußweisen, indem er aristotelische Syllogismen verwendet; indessen läßt sich daraus die entsprechende stoische Schlußweise, die mit unzerlegten Aussagen operiert, leicht erschließen. Bei den Prosyllogismen ist dies ohne weiteres klar; nicht ganz so einsichtig ist die Übereinstimmung bei der zweiten Schlußweise. Diese charakterisiert Alexander (l. c. p. 283, 3—7) folgendermaßen: „Das Verfahren mittels mehrerer kontinuierlicher Mittelglieder liegt vor, wenn wir kontinuierlich hintereinander mehrere Voraussetzungen nehmen und nicht mehr die aus ihnen entstehende Schlußfolgerung herausnehmen (*ἐκλαμβάνομεν*); sondern diese als Beweismittel des Vorliegenden betrachten. Wenn wir nämlich so verfahren, wenden wir poten-

tiell einen Prosyllogismus an, nicht aber aktuell (*ὁρῶμεν προσηλωτικῶς, οὐκ ἐνεργετικῶς*).“

Alexander bringt dann folgendes Schema:

$\tauὸ A$ κατὰ τοῦ B	A wird von B
$\tauὸ B$ κατὰ τοῦ Γ	B wird von Γ
$\tauὸ Γ$ κατὰ τοῦ Δ	Γ wird von Δ
$\tauὸ Δ$ κατὰ τοῦ E	Δ wird von E
$\tauὸ A$ ἀπὸ κατὰ τοῦ E	Also wird A von E
(κατηγορητικῶς)	(ausgesagt)

(Die Quantität der Urteile ist nicht angegeben, jedoch folgen verschiedene weitere Schemata mit bestimmten Quantitäten.)

Wie weiter ausgeführt wird, sind die *ἐπιβαλλόμενοι* (λόγοι), die „darauf gelegten Schlüsse“, die, deren Folgerung weggefallen ist, die *ἐπιβαλλόμενες* aber die (die vorigen) sich „auflegenden“ Schlüsse, denen die eine Prämisse fehlt. Die *ἐπιβαλλόμενοι* sind die ersten, die *ἐπιβαλλόμενες* die zweiten in der Reihenfolge der Argumentation (l. c. p. 283, 19—21).

So ist in dem Argument „A kommt jedem B zu, B jedem Γ, Γ jedem Δ, also A jedem Δ“ der *ἐπιβαλλόμενος* der erste Schluß (der aus den beiden ersten angeführten Sätzen besteht), dem die Folgerung „A kommt jedem Γ zu“ fehlt. Der *ἐπιβαλλόμενος* ist dagegen der Schluß, der aus den Prämissen „A kommt jedem Γ zu“ und „Γ kommt jedem Δ zu“ die Folgerung zieht „Also kommt A jedem Δ zu“ (p. 283, 23—28).

Das ist ein Beispiel, in dem nur die erste aristotelische Schlußfigur (und zwar der Modus „Barbara“) verwendet wird; Alexander gibt dann noch eine Reihe von Beispielen mit anderen Schlußfiguren.

Wie man sieht, ist hier die aristotelische Syllogistik verwendet. Es läßt sich aber das Schema des Arguments, das auch in der stoischen Logik Geltung hat, leicht entnehmen. Das Wesentliche ist ja offenbar, daß aus einer Anzahl Prämissen P_1, P_2, P_3, \dots eine Konklusion Q hergeleitet wird. Der *ἐπιβαλλόμενος λόγος* $P_1, P_2 \rightarrow \dots$ hat keine Konklusion, dem *ἐπιβαλλόμενος* $P_3 \rightarrow Q$ fehlt die eine Prämisse. Das logische Verfahren besteht nun darin, aus P_1, P_2 eine Zwischenschlußfolgerung Q abzuleiten ($P_1, P_2 \rightarrow Q$) und dann aus dieser und der dritten Prämisse P_3 auf Q zu schließen: $Q, P_3 \rightarrow Q$.

Es ist klar, daß dieses Verfahren mit dem erwähnten peripatetischen *συνεριστικῶν μέσων* und auch mit dem ihm entsprechenden dritten stoischen Thema übereinstimmt. Indessen ist ein wesentlicher

⁷ Der aristotelische Ausdruck *ἀπὸ προσηλωτικῶν* (mit W. D. Ross ohne *μή* zu lesen) entspricht der mathematischen Terminologie bei kontinuierlich fortlaufenden Proportionen, wie etwa $a : b = b : c = c : d$; vgl. z. B. Euklid, Elem. VIII, 8: *κατὰ τὸ συνεκτικῶς ἀνάλωτον*.

Unterschied nicht zu übersehen. In den beiden Fassungen (a) und (b) des dritten Thema ist von „von außen“ hinzukommenden Voraussetzungen die Rede, in der soeben analysierten peripatetischen Argumentation Alexanders sind alle Voraussetzungen von vorn herein gegeben.

Es ist also nicht bloß möglich, sondern sogar wahrscheinlich, daß hier noch ein anderes stoisches Thema in Frage kommt, nämlich das zweite. Diese Vermutung wird in der Tat durch eine Bemerkung des Sextus Empiricus (adv. Math. VIII, 216) über das *ἐπιβάλλειν* von gewissen Schlussregeln bestätigt, wie wir im folgenden sehen werden.

Das zweite Thema

Das zweite Thema ist zwar nicht überliefert, aber es bestehen gewichtige Gründe dafür (die Mates p. 78, Anm. 77 ausführlich darlegt), es mit dem von Sextus Empiricus (adv. Math. VIII, 231 ff.) ausführlich erörterten *θεώρημα διαλεκτικῶν* zu identifizieren.

Alexanders oben erwähntes *θεώρημα συνθετικῶν* wird von ihm ausdrücklich mit dem stoischen dritten Thema gleichgesetzt (l. c. p. 278, 6—8), Sextus aber bezeichnet sein „dialektisches Theorem“ als ein von den stoischen Logikern gebrauchtes Mittel zur „Analyse“ der Schlussweisen (*εἰς τὰς τῶν συλλογισμῶν ἀναλύσεως παραβάλλειν*, VIII 231). Man vergleiche damit Alexanders Wendung: *κατὰ τὸ παραδοθέντων συνθετικῶν θεώρημα* kann man die Syllogismen (im aristotelischen Sinn) aus den *ἐπιβάλλομενοι τε καὶ ἐπιβάλλομενες* entnehmen (p. 384, 10—13).

Das „dialektische Theorem“ des Sextus lautet (adv. Math. VIII, 231): „ἴσταν τὰ τινος συμπλεγμάτων συναρτικὰ λόγματα ἔχωμεν, ὁποῦται κάκεινο ἐν τοῖσις ἔχωμεν τὸ συναρτέσασμα, κἂν κατ' ἐκφορὰν μὴ λέγηται.“

Der Vergleich mit Alexanders früher zitiertem Wendung (p. 273, 7) *ὁποῦται προσυλλογισθέντα, οὐκ ἐνεργεῖα* legt sich sofort nahe.

Sextus gibt außer konkreten Beispielen folgendes Schema, das das Theorema eindeutig klar legt: „εἰ τὸ πρώτων καὶ τὸ δεύτερον, τὸ τρίτων οὐκ ἔστι τὸ τρίτων, ἀλλὰ καὶ τὸ πρώτων οὐκ ἔστι τὸ δεύτερον.“

Das heißt also:

$$(P_1 \text{ et } P_2) \text{ imp } P_3, \text{ non-}P_3, P_1 \rightarrow \text{non-}P_2$$

Dieses Argument wird von Sextus in zwei Schlüsse, die nach den Grundregeln vor sich gehen, wie folgt analysiert (adv. Math. VIII, 236):

1. nach der zweiten Grundregel:

$$(P_1 \text{ et } P_2) \text{ imp } P_3, \text{ non-}P_3 \rightarrow \text{non } (P_1 \text{ et } P_2)$$

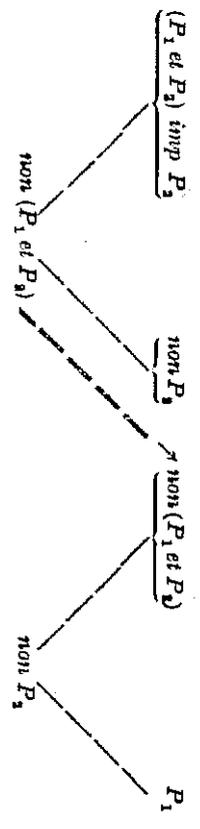
2. Dann wird nach der dritten Grundregel gefolgt:

$$\text{non } (P_1 \text{ et } P_2), P_1 \rightarrow \text{non } P_2$$

Das wird nun näher so erläutert, daß die Folgerung des ersten Schlusses, nämlich *non (P₁ et P₂)*, zwar der Potenz nach im Argument enthalten sei — da wir ja jede der sie bedingenden Prämissen hätten —, aber nicht aktuell zum Ausdruck komme: *ἀλλὰ ὅτι τούτο αὐτὸ κατὰ μὲν τὴν δύναμιν ἐγκραται τῷ λόγῳ, ἐπει ἔχωμεν τὰ συναρτικὰ αὐτῶν λόγματα, κατὰ τὴν προφορὰν παραστρα.* Und nun fährt Sextus fort: *ὄρατε τὰς αὐτὰς μετὰ τὸ τῶν προτιθέμενων λόγματος, τοῦ „τὸ πρώτων“¹², ἔχωμεν συναρτέσασμα τὸ „οὐκ ἔστι τὸ τρίτων“¹³, τούτων ἀναποδέκτων.* (adv. Math. VIII, 236 ff.)

Es wird also die unterdrückte Konklusion des ersten Schlusses nämlich *non (P₁ et P₂)* jetzt ausgesprochen und als „neue“ Prämissen neben die noch übrige „alte“ Prämissen *P₁* gestellt und dann aus diesen beiden Prämissen nach der dritten Grundregel der endgültige Schluß gezogen. Dieses Verfahren nennt Sextus (adv. Math. VIII, 216 u. 240) einen *λόγος καθ' ὅν* (bzw. eine *ἀνάλωσις καθ' ἣν*, 240) *δευτερος ἀναπόδεκτος ἐπιβάλλει τρίτων*. Das ruft natürlich sofort die Erinnerung an die *ἐπιβάλλομενοι τε καὶ ἐπιβάλλομενες* bei Alexander wach, die wir früher beschreiben hatten. Diese dürfen auch wirklich mit dem zweiten Thema eng zusammenhängen.

Vergegenwärtigen wir uns nun an einer zweidimensionalen schematischen Figur die Verzweigung des Arguments!



Dies scheint zunächst ziemlich verschieden von den Argumenten Alexanders. Man kann aber das zweite Thema auch als Metaregel,

¹² Vgl. Alexander, in Anal. Prior. p. 283, 7.

¹³ = κατ' ἐκφορὰν (oben). Vgl. Alexander l. c. p. 283, 5. 10.

¹⁰ Vgl. Koehalsky: *dreie libri et Mutschmann.*

¹¹ Vgl. Alexander l. c. p. 283, 22—23.

¹² τού, „τὸ πρώτων“ Zulusiewicz: τῶν πρώτων libri und Mutschmann. In dessen ist erst mit dieser und der in Anm. 10 angegebenen Konjektur von Koehalsky das Argument wirklich korrekt.

und Grundregeln Gebrauch machten. Sie nahmen dabei mitunter keine Rücksicht darauf, ob ihre formal durchgeführten Schlüsse einen Erkenntnisgewinn bringen oder nicht. Die stoische Logik ist, wie J. Lukasiewicz einmal treffend sagt, nicht nur formal, wie die aristotelische, sondern formalistisch. Auch die peripatetischen Kommentatoren wie z. B. Alexander kennen diesen Unterschied und polemisieren oft gegen die extreme Formalistik der „neueren“ Logiker.

Es gibt nun zwei derartige polemische Äußerungen Alexanders, die für unsere Untersuchung von Wichtigkeit sind, weil sie indirekt einige Aufschlüsse über den Inhalt des zweiten und sogar des vierten Thema geben.

2. Alexander, in Anal. Prior. p. 164, 28—32, bezeichnet die folgenden stoischen Schlußweisen als unnütz für den Beweis:

ὅτι εἰ αὐτὸ ἀναγκαῖον λόγος ἢ ἀναγκαῖος περιβαλλόμενος ἢ ἀναγκαῖος τὴν ἀποκρίσιν καὶ καθόλου τὸ θέμα τὸ δευτέρου καθόλου τὸ τετάρτου νεωτέροις.

Wichtig ist die Zusammenstellung des zweiten Thema mit den *ἀποκρίσεις λόγος* und den *ἀναγκαῖος περιβαλλόμενος*. Die ersten sind nach Alexander, in Top. p. 10, 7—13 Schlüsse von der Form:

$$P_1 \text{ ἰμῶν } P_1, P_1 \rightarrow P_1$$

die zweiten solche, bei denen die eine Prämisse mit der Konklusion übereinstimmt, also:

$$P_1, P_2 \rightarrow P_1 \text{ oder } P_1 \text{ αὐτὸ } P_2, P_1 \rightarrow P_1 \text{ (Alexanders Beispiel)}$$

Was unter *ἀναγκαῖος τὴν* zu verstehen ist, ist nicht überliefert.¹⁷ Worin wird nun die Ähnlichkeit der genannten Schlußweisen mit dem zweiten Thema bestanden haben? Es liegt nahe, anzunehmen,

¹⁷ Es ist vielleicht erlaubt, einen Versuch zu machen, zu erraten, was die *ἀναγκαῖος τὴν* eigentlich sein soll. Es finden sich bei Sextus, adv. Math. VIII, 230—232 interessante Bildungen wie *εἰ ἡμέτερον ἔστιν, εἰ ἡμέτερον ἔστιν*. Der Text ist nach Kochalsky, dem Mates (mit Recht) S. 102—103 zustimmt, zu emendieren. (Es handelt sich um Sextus p. 337, 22; 338, 10ff. Die Emendationen Kochalsky, die Mutschmann leider nicht in seine Textfassung übernimmt, sind hier — wie an so manchen anderen Stellen — unbedingt erforderlich, um einen konsequenten logischen Sinn zu erhalten.) Es ließe sich nun denken, daß solche iterativen Bildungen durch unbegrenzte Fortsetzung der Iteration immer weiter entfaltet werden. Also nach dem Schema: *P ἰμῶν (P ἰμῶν Q): P ἰμῶν (P ἰμῶν Q)* etc. etc.

Das ergäbe dann in der Tat ein „unendliches Material“ in der sich ständig weiter entfaltenden Schlußform.

daß die Übereinstimmung der Konklusion mit zum mindesten einer Prämisse ausschlaggebend war. Denn auch das zweite Thema (bzw. das „dialektische Theorem“ des Sextus) macht eine gewisse Konklusion zu einer neuen Prämisse, identifiziert also beide. So wird also von hier aus unsere Annahme über den Inhalt des zweiten Thema bestätigt.

3. Alexander, in Anal. Prior. p. 284, 10—18:

ὅτι δὲ τὸ τῆς Στοιχοῦ καὶ ἐκείνων [scil. τῶν περὶ ἡγετορικῆς] λαβόμενος καὶ δεξιότερος ἐπιλογῶν ἐξ αὐτοῦ [scil. τοῦ ἀνθετικῶν θεωρημάτων] τὸ καθόλου τὸν καὶ αὐτοῖς δευτέρου θέμα καὶ τρίτου καὶ τετάρτου ... ἐπιτελεσθέντες καὶ ἐπιλαβόμενος.

Diese zwar längst bekannte, aber, wie es scheint, nicht genügend beachtete Stelle (Mates führt sie wohl an, aber kommentiert sie nicht) ist äußerst wichtig. Denn sie sagt ja, daß die stoischen Thematata 2—4 durch „Zerlegung“ (*διεσπόμενος*) des peripatetischen „synthetischen Theorems“ entstanden seien, was bedeutet, daß sie sich aus diesem Theorem ableiten lassen müssen.

Wie steht es nun damit? Für das dritte Thema ist diese Herleitung sofort einsichtig, wie wir ausführlich sahen. Aber auch das zweite Thema erweist sich dem Schema des verzweigten Ketten-schlusses, das ja das „synthetische Theorem“ darstellt, sehr verwandt, wie die oben gegebenen Verzweigungsfiguren beweisen.

Das zweite und das dritte Thema stehen zueinander in einem gewissen Verhältnis der Symmetrie. Beim zweiten Thema wird eine Konklusion zur Prämisse gemacht; das dritte Thema dagegen benutzt als Prämissen die Prämissen eines „Prosylogismus“.

Die formalen Möglichkeiten scheinen damit erschöpft. Was bleibt für den Inhalt des vierten Thema noch übrig? Dieser Frage soll nun nachgegangen werden.

Das vierte Thema

Zur Erschließung des vierten stoischen Thema stehen uns zwei ihm vermutlich zukommende Eigenschaften zur Verfügung:

1. Die Hinzufügung des vierten Thema zu den drei anderen und zu den fünf Grundregeln (*ἀντιθέτων*) macht das stoische System der Aussagenlogik zu einem vollständigen Kalkül.

Die Stoiker beanspruchen in der Tat eine solche Vollständigkeit, wie Sextus (Hyp. II, 156ff.) und Diogenes Laërtius (VII, 79ff.)

behaupten, der zweite (bzw. Diokles Magnes) mit der prägnanten Formulierung: *πῆρτε ἀναρτέβηται, δι' ὧν πᾶς λόγος τῆκεται*¹⁸.

Da nun Chrysippos jedenfalls und wahrscheinlich auch andere Stoiker außerordentlich scharfsinnige Logiker waren, ist anzunehmen, daß sie mit ihrem Anspruch auf Vollständigkeit ihres logischen Systems Recht hatten. Es erscheint daher berechtigt, unsererseits die Hypothese zuzugrunde zu legen, daß das stoische System der Aussagenlogik wirklich vollständig gewesen und damit dem heutigen sog. zweiwertigen „klassischen“ Aussagenkalkül äquivalent ist.

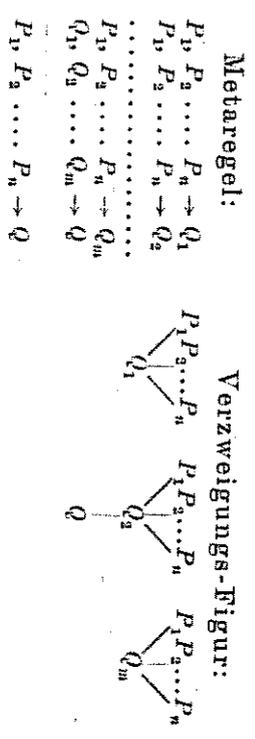
2. Der wesentliche Inhalt des vierten Thema ist nach der Auffassung des Peripatetikers Alexander (was zu beachten ist) durch das dem Aristoteles von seinem Kommentator zugeschriebene „synthetische Theorem“, das auf die den verzweigten Kettenanschluß ausdrückende Metaregel heraustritt, bereits mitgegeben.

Wir werden uns also zweckmäßigerweise zunächst einen systematischen Überblick über die stoische Aussagenlogik zu verschaffen suchen, um die Frage beantworten zu können, ob die stoische Logik etwa schon auf Grund der fünf „unbeweisbaren“ Grundregeln und der drei ersten Themata als vollständig angesehen werden kann und, wo nicht, welche Metaregel ihr zu ihrer Vollständigkeit noch fehlt.

Dann aber werden wir zu untersuchen haben, ob und wie diese ergänzende Metaregel vom peripatetischen Gesichtspunkt aus in den Bereich von Alexanders „synthetischem Theorem“ einzuordnen ist.

a) Was den ersten Punkt betrifft, so sind folgende Metaregeln und einfache Regeln in der stoischen Logik als gesichert anzusehen.

I. Der verzweigte Kettenanschluß, eine Metaregel, welche die Konsequenzlogik ersten Grades, d. h. ohne übereinandergehende Folgerungsbeziehungen — ausgedrückt durch → — zusammenfaßt.



¹⁸ Zur Vollständigkeitsfrage der stoischen Aussagenlogik s. Mates S. 31 f. Vgl. weiter Sextus, Hyp. II, 166—167, 194; Diogenes Laërtius VII, 79; Cicero, Topica 67.

Diese Metaregel ist im dritten und im zweiten Thema, bzw. in dem beide zusammenfassenden peripatetischen „synthetischen Theorem“ enthalten.

II. Die Metaregel der Kontraposition, das erste Thema:

$$P_1, P_2 \rightarrow P_3$$

$$P_1, \text{ oder } P_2 \rightarrow \text{et } P_3$$

was die folgenden Metaregeln:

$$P_1, P_2 \rightarrow P_3 \quad \text{und} \quad P_1, \text{ non } P_2 \rightarrow \text{non } P_3$$

$$P_1, \text{ non } P_2 \rightarrow \text{non } P_3 \quad \text{und} \quad P_1, P_2 \rightarrow P_3$$

zusammenfaßt. Darin ist enthalten, daß die doppelte Verneinung, das *ἐπετροπικισμός* der Stoiker, mit der einfachen Bejahung gleichzusetzen ist (vgl. Diog. Laërt. VII, 69). Also:

non-(non-P₁) äquivalent P₁.

III. Die Regel zur Einführung der Konjunktion.

$$P_1, P_2 \rightarrow (P_1 \text{ et } P_2)$$

Diese Regel läßt sich aus der dritten „unbeweisbaren“ Grundregel ableiten. Gemäß dieser hat man nämlich

$$\text{non-(} P_1 \text{ et } P_2), P_1 \rightarrow \text{non-} P_2$$

Daraus folgt durch Kontraposition, d. h. nach dem ersten Thema, die obige Regel.

IV. Die selbstverständliche Regel:

$$P_1, P_2 \rightarrow P_1, \text{ allgemein } P_1, P_2, \dots, P_n \rightarrow P_1 \text{ bzw. } \rightarrow P_2 \text{ usw.}$$

Diese an sich einsichtige Regel — denn die durch Kommata getrennten Aussagen stehen ja lose nebeneinander — ist ausgesprochen in den *ἀδιαφοῦς παραφορῆς, ἐν οἷς τὸ συντάσσοντα ταῖς ἐῶται ἐν τῶν ἀγμάτων* (Alexander, in Top. p. 10, 7—13)¹⁹. Denn bei diesen von den Peripatetikern für unnütz gehaltenen Schlußweisen wird ja eine der Prämissen mit der Konklusion gleichgesetzt.

Das sind alles Regeln und Metaregeln, die sich aus den Quellen belegen lassen und auf die fünf Grundregeln und die drei ersten Themata zurückzuführen sind. Man kann eventuell noch das hinzufügen, was noch nicht vom Inhalt der fünf Grundregeln im Vorigen benutzt worden ist.

Was fehlt aber nun noch, systematisch betrachtet, an der Vollständigkeit der zweiwertigen Aussagenlogik? Diese Vollständigkeit wäre erreicht, wenn man noch die „Umkehrung“ der Regel III

¹⁹ Weitere Literatur bei Mates (Glossary) S. 133—134, sub *verbis ἀπογοήσεων, ἀπογοήσεων λόγος, ζεγαίρω*.

zur Einführung der Konjunktion in der Form der folgenden Metaregel hinzunahme:

$$V. \quad \frac{P_1, P_2 \rightarrow Q}{(P_1 \text{ et } P_2) \rightarrow Q} \text{ allgemein: } \frac{P_1, P_2, \dots, P_n \rightarrow Q}{(P_1 \text{ et } P_2 \text{ et } \dots \text{ et } P_n) \rightarrow Q}$$

Diese Metaregel wäre also als der wesentliche Inhalt des vierten Themas anzusehen.

Auf Grund der drei Metaregeln I (zweites und drittes Thema), II (erstes Thema) und V (hypothetisches viertes Thema) und der fünf „unbeweisbaren“ Grundregeln (aus denen sich die Regel III herleiten läßt) kann die Vollständigkeit der sich ergebenden Aussagenlogik bewiesen werden. Wir bringen diesen Beweis im Anhang II. Damit ist der erste Punkt erledigt.

b) Was den zweiten Punkt anbetrifft, die Einordnung des vierten Themas in den Bereich des peripatetischen, synthetischen Theorems²⁰, so ist von folgender Überlegung auszugehen. Das genannte Theorem läuft auf die Metaregel des verzweigten Ketenschlusses hinaus. Um also mit seiner Hilfe das vierte Thema, d. h. die Metaregel:

$$\frac{P_1, P_2 \rightarrow Q}{(P_1 \text{ et } P_2) \rightarrow Q}$$

beweisen zu können, genügt es, die Regeln

$$(P_1 \text{ et } P_2) \rightarrow P_1 \quad (P_1 \text{ et } P_2) \rightarrow P_2$$

zur Verfügung zu haben. Denn aus diesen ergibt sich leicht mittels des „synthetischen Theorems“ (d. i. des dritten Themas) die gewünschte Metaregel, wie folgende Verzweigungsfigur zeigt:

$$\begin{array}{c} P_1 \text{ et } P_2 \quad P_1 \text{ et } P_2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ P_1 \quad P_2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ Q \end{array} \quad \text{also} \quad \begin{array}{c} P_1 \text{ et } P_2 \quad P_1 \text{ et } P_2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ Q \end{array} \quad \text{also} \quad \begin{array}{c} P_1 \text{ et } P_2 \\ \downarrow \\ Q \end{array}$$

Wie steht es nun mit der historischen bzw. textlichen Grundlage für die Annahme einer solchen Überlegung, besonders aber der Regel $(P \text{ et } Q) \rightarrow P$, bei den Peripatetikern?

Man kann beweisen, daß Alexander keinen wesentlichen Unterschied zwischen der (bei ihm gewöhnlichen) Anreihung mehrerer Prämissen mittels Kommata und ihrer (gelegentlich vorkommenden) konjunktiven Verknüpfung durch *καὶ* macht, und zwar durch folgende Beispiele, die sich im Kommentar zu Anal. Prior. p. 283—284 finden.

Wir haben die übliche Anreihung p. 283, 8—9, 23—24; andererseits die Verknüpfung durch „und“; p. 283, 26—27:

ἐπιβλῶν δὲ ὁ ἐξ τε τοῦ παρεπιμένου τοῦ τὸ A κατὰ τοῦ Γ καὶ τὸ T κατὰ τοῦ Δ' δεκνύμενος (scil. συλλογιστικός), ὁ ἐστὶ συμπεράσασθαι τὸ ἀγα A κατὰ τοῦ Δ'.

Ähnlich findet sich Anreihung mittels Kommata p. 284, 1—3; hingegen Verknüpfung durch „und“ p. 284, 4—6:

... „τὸ B κατ' οὐδενός τοῦ Γ", ἐκ δὲ τοῦτου (καὶ τοῦ) „τὸ T κατὰ τῶν τοῦ Δ' ἐπ' αὐτόν (scil. συλλογιστῶν) συμπέρεται „τὸ B οὐδενὶ τῶ Δ'“ (καὶ τοῦ, was die Aldina hat, aber anscheinend keine Handschrift, ist eine durch den logischen Sinn unbedingt erforderliche Ergänzung.)

Man sieht also: Wenn auch die einfache Anreihung der Prämissen die Regel ist, so kommt doch unmittelbar daneben auch ihre konjunktive Verknüpfung vor, ohne daß dieser formale Unterschied für Alexander die geringste Rolle zu spielen scheint. Für ihn muß also das vierte stoische Thema ohne sachliche Bedeutung, sondern nur eine Angelegenheit der bloßen *λέξις*²⁰ gewesen sein.

Es ist in Anbetracht dieser Tatsache anzunehmen erlaubt — wenn ich dafür auch kein bestimmtes Beispiel zu zitieren weiß —, daß der Schluß von P und Q auf P oder auch auf Q für die Peripatetiker wie Alexander eine Selbstverständlichkeit war, während die durchaus formalistischen Stoiker ihn aus ihrem vierten Thema herleiteten:

$P, Q \rightarrow P$ gilt nach der Metaregel IV; daraus folgt gemäß dem vierten Thema $(P \text{ et } Q) \rightarrow P$.

Nach alledem erscheint es berechtigt, die Metaregel V mit dem vierten stoischen Thema im wesentlichen zu identifizieren. Denn wir haben ja gesehen, daß die dem vierten Thema zuzuschreibenden beiden Eigenschaften der Metaregel V wirklich zukommen.

Man kann nun weiter nach der wahrscheinlichen sprachlichen Form des vierten Themas fragen. Es dürfte etwa gelautet haben: „*ἄρα ἐξ οὐενὶ τῶν τι συμπέρεται, ἐξ τοῦ συμπεράσμενου ἐκείνων συμπέρεται τὸ αὐτό.*“ Doch sind natürlich auch andere Varianten denkbar.

Obwohl unsere Aufgabe nun in gewissem Sinne gelöst ist, bleibt doch noch die nahe liegende Frage bestehen, ob das vierte Thema nicht auch anders ausgedrückt haben könnte. Als eine weitere Möglichkeit bietet sich da das von Sextus mehrfach angeführte (adv.

²⁰ Für die peripatetische Kritik an der allzu großen Sprachgebundenheit der „neueren“ (d. h. stoischen) Logiker vgl. z. B. Alexander, in Anal. Prior. p. 372, 20; 373, 28—35; 374, 3—6.

Math. VIII, 415ff.; Hyp. II, 113. 137) ²¹ Kriterium für die Gültigkeit eines Schlusses von der Form $P_1, P_2 \rightarrow P_3$, nämlich das Bestehen der Implikation ($P_1 \text{ et } P_2 \text{ imp } P_3$), das, welches etwa dem sogenannten „Deduktionstheorem“ von P. Bernays und A. Tarski von heute entspricht (vgl. Mates p. 74ff., 106—108).

Vom systematischen Standpunkt aus ist diese Möglichkeit durchaus zulässig. Man kann jedenfalls dem Deduktionstheorem bzw. dem stoischen Kriterium eine Form geben, in der es der vorhin für das vierte Thema eingesetzten Metaregel V äquivalent ist. Man kann es etwa so formulieren:

$$P_1 \rightarrow P_2 \text{ oder } \neg (P_1 \text{ imp } P_2)$$

So entspricht es der Metaregel zur Einführung der Implikation im „Natürlichen Kalkül“ G. Gentzens bzw. der entsprechenden Metaregel seines sog. „Logikkalküls“.

Vom historischen Gesichtspunkt aus ist indessen zu sagen, daß das „Kriterium“ sich nicht so wie die Metaregel V mit dem „synthetischen Theorem“ Alexanders in Verbindung bringen läßt, wie die Quellen ja verlangen. Aus diesem Grunde möchte ich der Metaregel V doch den Vorzug geben.

Zusammenfassend kann man vielleicht sagen, daß die stoische Aussagenlogik auf folgende Prinzipien gegründet ist.

I. Das Thema 1: Das Prinzip der Kontraposition (mit oder ohne zusätzliche Voraussetzung), ausgesprochen nicht nur für die Negation ($\tau\acute{o}$ ἀναπαριστόν), sondern auch für das „Gegenteil“ ($\tau\acute{o}$ ἀντιθέμενον = *contrarium*) d. h. für einen logischen Funktor $\text{ctr}(P)$, der durch die Äquivalenzen gekennzeichnet ist:

$$\text{ctr}(P) = \text{non-}P; \quad \text{ctr}(\text{non-}P) = P$$

Dadurch wird von vornherein die „klassische“ Negation eingeführt, die zweimal hintereinander angewandt sich aufhebt.

II. Die Themata 2 und 3: Prinzip des Prosylogismus und der *ἐπιβαλλόμενοι καὶ ἐπιβάλλοιτες*, d. h. das Prinzip der Transitivität der Folge (\rightarrow) oder Ableitungsbeziehung.

²¹ Vgl. auch Mates für die Übersetzung (S. 110f.) und wichtige textkritische Bemerkungen. — Die prägnanteste Stelle ist folgende, Hyp. II, 137: *συμπερικαὶ μὲν (sc. λόγοι εἰσὶν), ὅταν τὸ συνημερόν τὸ ἀγρόμενον μὲν ἐστὶ τὸ ὅτι τῶν τοῦ λόγου ἀγρομένων συμπερικαίμενον, ἄλλοι δὲ εἰς τὴν ἐπιπαρὰν ἀφοῦ, ὅπως ἦ. (p. 88, 1—3).*

III. Das Prinzip des Prosylogismus (Thema 3) verbunden mit der Schlußweise des 3. ἀναπόδεκτος, ausgehend von einer verneinten Konjunktion, *non-(P et Q)*, $P \rightarrow \text{non-}Q$ ergibt als eine fundamentale Charakteristikum der Konjunktion die Regel:

$$P, Q \rightarrow (P \text{ et } Q)$$

IV. Das Thema 4 ergibt die inverse, zweite Charakteristik der Konjunktion, die Metaregel:

$$\frac{P, Q \rightarrow R}{(P \text{ et } Q) \rightarrow R}$$

Sie besagt die Ersetzbarkeit der beiden Voraussetzungen P, Q durch die eine $P \text{ et } Q$.

Es sei noch folgendes bemerkt:

1. Die anderen ἀναπόδεκτοι bringen nichts wesentlich Neues zum dritten hinzu; sie definieren die Funktoren *aut* und (eingemeinert) auch *imp* in impliziter Art.

2. Für die Implikation läßt sich die Regel der „Importation“ aus III, die der „Exportation“ aus IV ableiten (siehe Anhang III).

3. Der Funktor *vel* kommt eigentlich explizit in der stoischen Logik nicht vor, soweit unsere Quellen reichen. Jedoch könnte man im *modus concludendi septimus* Ciceros (*Topica* 57) einen indirekten Hinweis auf ihn finden (siehe Anhang II).

ANHANG I

Reduktion der beiden Syllogismen (a) und (b) auf S. 37:

$$1a) P_1 \text{ imp } P_2, P_1 \rightarrow P_2$$

$$1b) P_1 \text{ imp } (\text{non-}P_2), P_1 \rightarrow P_2$$

1. u. 2. Grundregel

$$1'a) (\text{non-}P_1) \text{ imp } P_2, \text{non-}P_2 \rightarrow P_1$$

$$1'b) P_1 \text{ imp } P_2, P_1 \rightarrow P_2$$

aus (1'b) mit Thema 1:

$$2) P_1, P_2 \rightarrow \text{non-}(P_1 \text{ imp } \text{non-}P_2)$$

$$\text{aus (1a) und (2) mit Thema 2:}$$

2') $P_1, \text{non-}P_2 \rightarrow \text{non-}(P_1 \text{ imp } P_2)$
aus (1'a) und (2') mit Thema 2:

- 3) $P_1 \text{ imp } P_2, P_1$
 $\rightarrow \text{non}(P_1 \text{ imp non-}P_2)$
 aus (3)
 mit Thema 1:
- 4) $P_1 \text{ imp } P_2, P_1 \text{ imp (non-}P_2)$
 $\rightarrow \text{non-}P_1$
- 3') $(\text{non-}P_1) \text{ imp } P_2, \text{non-}P_2$
 $\rightarrow \text{non}(P_1 \text{ imp } P_2)$
 aus (3')
- 4') $\text{non-}P_1 \text{ imp } P_2, P_1 \text{ imp } P_2$
 $\rightarrow P_2$
 mit Thema 1:

Zur Erläuterung der Übergänge von (2) nach (3) und von (2') nach (3'):

$$P_1 \text{ imp } P_2 = B$$

$$P_1 = A$$

$$P_2 = C$$

$$\text{non}(P_1 \text{ imp non-}P_2) = F$$

$$(\text{non-}P_1) \text{ imp } P_2 = B'$$

$$\text{non-}P_2 = A'$$

$$P_1 = C'$$

$$\text{non}(P_1 \text{ imp } P_2) = F'$$

- (1a) $B, A \rightarrow C$ (1'a) $B', A' \rightarrow C'$
- (2) $A, C \rightarrow F$ (2') $C', A' \rightarrow F'$
- Also nach Thema 2: Also nach Thema 2:
- (3) $A, B \rightarrow F$ (3') $B', A' \rightarrow F'$

ANHANG II

Vollständigkeitsbeweis für die stoische Aussagenlogik

Der Vollständigkeitsbeweis für die stoische Aussagenlogik kann geführt werden durch Vergleich mit einem als vollständig bekannten modernen Aussagenkalkül, der „klassisch“, d. h. zweivertig ist. Als einen für unseren Zweck gut geeigneten Kalkül wählen wir den „natürlichen Sequenzenkalkül“ von G. Gentzen²², weil er eine „Konsequenzlogik“ (Regellogik), nicht eine „Satzlogik“, darstellt, was dem Grundcharakter der stoischen Logik gerade entspricht. Gentzen hat außer für die Konjunktion und Negation auch für die Implikation und nicht-ausschließende Disjunktion (*vel-vel*)

²² G. Gentzen, Untersuchungen über das logische Schließen (Math. Zeitschr. 39 [1934/35], p. 176—210, 403—431). Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie (Math. Annalen 112 [1936], p. 493—565). — Vgl. H. B. Curry, *Leçons de logique algébrique* (Paris-Louvain 1952) pp. 78—86, 98—116.

Regeln aufgestellt, auf denen sein Kalkül beruht. Da jedoch die stoische Logik die Regel des Sich-Aufhebens einer doppelten Verneinung (*ἀνεπιτροπικόν*) kennt, können wir von vornherein die Implikation und die nicht-ausschließende Disjunktion auf die Konjunktion und Negation zurückführen durch die bekannten Definitionen:

$$P \text{ imp } Q = \text{non}(P \text{ et non-}Q)$$

$$P \text{ vel } Q = \text{non}(\text{non-}P \text{ et non-}Q)$$

Die erste Definition ist übrigens von Cicero (*de fato* 15) als chryseippesisch ausdrücklich überliefert. Auf die zweite spielt er höchstwahrscheinlich in den *Topica* (57) an, indem er seinen „*sepiimus (concludendi) modus*“ so formuliert:

„*non et (non) hoc et (non) illud, non autem hoc; illud igitur*“
 (von mir ergänzt).

Dies besagt ja soviel wie:

„*vel hoc vel illud, non autem hoc; illud igitur*“

Die nicht-ausschließende Disjunktion (*vel-vel*) spielt aber bei den Stoikern (als *παράλειψήμων*) nur eine mindere Nebenrolle neben der ausschließenden Disjunktion (*αὐτ-αὐτ*), dem *ἀεζήμων*²³.

Nach Ausschluss der Implikation und Disjunktion lauten die Gentzenschen axiomatischen Regeln:

A) Konjunktion

$$(1) \frac{P, Q}{P \text{ et } Q}, \text{ woraus folgt: } (1a) \frac{X \rightarrow P, X \rightarrow Q}{X \rightarrow (P \text{ et } Q)}$$

Dies ergibt sich leicht aus dem Thema 3 (Prosylogismus). Die Regel (1) selbst folgt aus der 3. Grundregel mittels des Thema 1 (Kontraposition).

$$(2) (P \text{ et } Q) \rightarrow P \quad (P \text{ et } Q) \rightarrow Q$$

Diese Regeln sind äquivalent mit dem Thema 4.

²³ Vgl. *Mates* S. 53f. und die folgenden antiken Stellen: *Stoic. vet. fragm.* (v. Arnim) II, Nr. 220 = Galenus, *introd. dial.* 5 (p. 12, 3 Kallhöfisch); *Gellius, Noct. Attic.* XVI, 8, 12 (dessen Ausführungen allerdings, so wie überliefert, nicht fehlerfrei sind). — *Stoic. vet. fragm.* II, Nr. 217, p. 71, 38—42 = *Epinemismi Homericæ* (Cramer *Anecd.* Ox. I, p. 188): *ὁ μὲν διαζήμενος τὸ ἔργον μόνον τῶν ὑποκειμένων ἀγεῖται, τὸ δὲ ἔργον ἀναγεῖ, . . . ὁ δὲ παράλειψήμων καὶ ἀμάρτυρα θύεται παράλληλων*.

B) Negation

(3) $non(non-P) \rightarrow P$

Diese Regel entspricht dem stoischen Begriff des „Gegenteils“ (*ἀντιθέτων*); sie drückt die Aufhebung einer Negation durch eine zweite aus (stoische Regel vom *ἐπιτροπαρισκόμῳ*).

Die vorstehenden Regeln sind also alle in der stoischen Logik vorhanden; zu beweisen ist nur die folgende zweite Regel für die Negation, die sog. „Widerlegungs“-Regel. Sie ist analog, aber nicht völlig identisch mit einem der stoischen Schlüsse *διὰ δύο τροπικῶν*. (Vgl. Anhang I, linke Spalte.)

(4) $X, P \rightarrow Q; X, P \rightarrow non-Q$
 $X \rightarrow non-P$

Beweis:

Nach (1a) folgt aus $X, P \rightarrow Q; X, P \rightarrow non-Q$:

$X, P \rightarrow (Q \text{ et } non-Q)$

Nach Thema 1 (Kontraposition) ergibt sich hieraus:

(5) $X, non(Q \text{ et } non-Q) \rightarrow non-P$

Nun gilt aber, für beliebiges X :

(6) $X \rightarrow non(Q \text{ et } non-Q)$

Denn:

$Q, X \rightarrow Q$ (nach Metaregel IV auf S. 41)

$Q, non-Q \rightarrow non-X$ (nach Thema 1 [Kontraposition])

$Q \text{ et } non-Q \rightarrow non-X$ (nach Thema 4)

$X \rightarrow non(Q \text{ et } non-Q)$ durch „einfache“ Kontraposition²⁴.

Aus (5) und (6) folgt aber nach Thema 3 (Prosylogismus):

$X, X \rightarrow non-P$ das heißt: $X \rightarrow non-P$.

was zu beweisen war.

Damit sind sämtliche Gentzenschen Regeln, soweit sie für uns in Betracht kommen, aus den stoischen Grundregeln und Thematata abgeleitet, womit die Vollständigkeit der stoischen Aussagenlogik bewiesen ist.

ANHANG III

Beweis für die Äquivalenz zweier Formulierungen
 des 4. stoischen Themas

Zwei äquivalente Formulierungen des 4. stoischen Themas, deren zweite im Text auf S. 44 gebracht wurde, lauten:

(1) $\frac{P, Q \rightarrow R}{(P \text{ et } Q) \rightarrow R}$ (2) $\frac{P, Q \rightarrow R}{P \rightarrow (Q \text{ imp } R)}$

Beweis:

I. Mit Hilfe von (1) kann $P \rightarrow (Q \text{ imp } R)$ aus $P, Q \rightarrow R$ hergeleitet werden:

$P, Q \rightarrow R$ nach Thema 1
 $Q, non-R \rightarrow non-P$ nach (1)
 $Q \text{ et } non-R \rightarrow non-P$ durch „einfache“ Kontraposition
 $P \rightarrow non(Q \text{ et } non-R)$ nach der Definition der Implikation
 $P \rightarrow (Q \text{ imp } R)$

II. Mit Hilfe von (2) kann $(P \text{ et } Q) \rightarrow R$ aus $P, Q \rightarrow R$ hergeleitet werden:

$P, Q \rightarrow R$ nach Thema 1
 $non-R, P \rightarrow non-Q$ nach (2)
 $non-R \rightarrow (P \text{ imp } non-Q)$ nach der Definition der Implikation
 $non-R \rightarrow non(P \text{ et } non-Q)$ gemäß der Bedeutung der doppelten Negation
 $non-R \rightarrow non(P \text{ et } Q)$ durch „einfache“ Kontraposition
 $P \text{ et } Q \rightarrow R$

Damit ist die Äquivalenz der beiden Formeln (1) und (2) bewiesen.

Als eine dritte äquivalente Formulierung kann, wie im Text (S. 42) gezeigt, die folgende angesehen werden:

(3) $(P \text{ et } Q) \rightarrow P; (P \text{ et } Q) \rightarrow Q$

²⁴ Vgl. Aristoteles, *Anahl. prior.* II, 2, p. 53b 12—13 (cf. II, 4, p. 57b 1): *εἰ πῦρ τοῦ Α ὄντος ἀνάγκη τὸ Β εἶναι, τοῦ Β μὴ ὄντος ἀνάγκη τὸ Α μὴ εἶναι.*

MISZELLEN ZUR STOISCHEN LOGIK

I.

Chrysippos über den „Lügner“

Seit A. Rüstows Erlanger Dissertation von 1910¹ ist die Geschichte des *ψευδόμενος* (was nicht ganz zutreffend mit „Lügner“ übersetzt zu werden pflegt) kaum mehr behandelt worden. Einige, wie ich hoffe, weiter führende Bemerkungen zu Texten, die den berühmten megarisch-stoischen Trugschluß betreffen, sind daher wohl nicht überflüssig.

In den *Λογικά Ζητήματα* Chrysippos, die im Papyrus Herulanensis 307 (zuerst 1907 ediert von W. Crönert) teilweise erhalten sind, wird u. a. auch (auf Columnn. IX—XI) der *ψευδόμενος* oder vielmehr der *ἀληθεύων*, wie der Trugschluß hier heißt, behandelt. A. Rüstow hat sich, nach Crönert und A. v. Arnim, in seiner oben genannten Dissertation um den Text bemüht und Manches ergänzt. Im Folgenden gebe ich einige neue Ergänzungen, von denen eine von einer gewissen inhaltlichen (philosophiegeschichtlichen) Bedeutung ist.

Ich zeichne der Übersichtlichkeit halber nur meine eigenen Ergänzungen und Änderungen gegenüber der Rüstowschen Textfassung, die ich im übrigen übernehme, ein.

Chrysippos, *Λογικά Ζητήματα* (Pap. Herul. 307, primum ed. W. Crönert 1907. — Suppl. A. Rüstow 1910):

col. IX, 23: *καὶ ὁμοίως περὶ τοῦ τ' ἀληθεύοντος καὶ τοῦ ὁμοίως λεγούσαντων αὐτοῦ καὶ ἀληθῆς καὶ ψεῦδος εἶναι τῆν ἐπινοοῦσαν καί, οἱ*
 27 *τῆν ἀποφασίσαν ὁμοίως [τοῦ] ψευδόμενον καὶ [τ]οῦ τ[ι]νὸς ἀληθεύοντος ἀποδοῦσαν καὶ ὅσαι ἀνα-*

¹ Alexander Rüstow, *Der Lügner* (Theorie, Geschichte und Auflösung), Leipzig 1910.

30 *λογικῶς εἰς ὅλο τ[ι]νὸς μίλλοντ' ἢ ἀναδόντο . . .*

 34 *καὶ ἡμῖν [ἐνδοκ-]*
 35 *εἰν οἰόμενος ἐπινοοῦσαν]*

27 Rüstow ergänzt *καὶ statt τοῦ*
 30 Rüstow ergänzt *ἀναδόντο[οι].*

Bemerkungen

1. Meine Ergänzung IX, 27—28 ist insofern wichtig, als sie in die Stelle den bisher fehlenden logischen Sinn hineinbringt. Chrysipp weist hier, wie vorher und nachher andere Lösungsmöglichkeiten, die Aristotelische Lösung *διὰ τῆς τομῆς* zurück, die auf der Unterscheidung von *ἀρκῶς* (simpliciter) und *κατὰ τι* bzw. *τοῦ* (secundum quid) beruht.

Vgl. Aristoteles, *Sophist.* Elench. 180 b, 1—7:

ὁμοίως δὲ ὁ λόγος καὶ περὶ τοῦ ψευδῆσαι τὸν αὐτὸν ἄλλα καὶ ἀληθεύειν. ἄλλα δὲ διὰ τὸ μὴ εἶναι ἐπινοοῦσαν, τούτων ἂν τις ἀποδοῖη τὸ ἀρκῶς ἀληθεύειν ἢ ψευδῆσαι, ὁμοίως γὰρ αὐτὰ καὶ ὁμοίως ἀρκῶς μὲν εἶναι ψεῦδῃ, τῆν δ' ἀληθῆ, ἢ τινός, καὶ εἶναι ἀληθῆ τινά, ἀληθῆ δὲ μὴ.

Dazu Alexander Aphrodis. ad loc. (p. 173, 13):

ὁ γὰρ πῆ ψευδόμενος ἢ ἀληθεύων κατὰ τι ψεῦδεται ἢ ἀληθεύσει καὶ οὐκ ἀρκῶς. τὸ δὲ „καὶ εἶναι ἀληθῆ τινά, ἀληθῆ δὲ μὴ“ ἴσον ἔστι τῷ „εἶναι κατὰ τι μὲν ἀληθῆ, ἀρκῶς δὲ μὴ ἀληθῆ“· ὁ γὰρ κατὰ τι ἀληθεύων ἐπὶ τι ἀληθῆς καὶ οὐκ ἀρκῶς ἀληθῆς ἔσται.

2. IX, 30 exempli gratia supplevi; der Wortlaut ist hier nicht mehr wiederherzustellen. In IX, 30—31 sind die *ἀναδόντο* m. E. nicht, wie Rüstow — freilich zweifelnd — vermutet, „berufsmäßige Löser“, sondern „Zerlegende“, die meinen, daß der *ψευδόμενος* *ἄλλο τι ψεῦδεται, ἀληθεύει δὲ ἄλλο* (der „Falsches Sagensende“ ein anderes falsch, ein anderes richtig sagt). Vgl. die Parallelstelle über die Schwörenden X, 29—31: *ἄλλο τι ἐκείνων ἐπινοοῦται . . . ἐπινοοῦται δὲ ἄλλο².*

² Dieser „analytische“ Lösungsversuch entspricht in etwa der heute üblich gewordenen Methode, die Antinomie des „Lügners“ durch konsequente Unterscheidung von „Objektsprache“ und „Metasprache“, womit diejenige Sprache gemeint ist, in der über die „Objektsprache“ geredet wird, zu „lösen“.

3. IX, 34—35 stützt sich meine Ergänzung auf Aristoteles, Soph. Elench. 180 a 38—40:

οὐτ' εἰ εὐδοκεῖ τὸδε ἢ τῆδε, ἀνάγκη καὶ εὐδοκεῖν, ὃ δ' ἀπόδειξις ἐπινοήσεων εὐδοκεῖ ἐπινοῶν τούτο μόνον, εὐδοκεῖ δ' οὐ.

II.

Cicero über den „Lügner“

Die bekannten Ausführungen Ciceros in den *Academica* II, 95—96 über den Pseudomenos sind zum Teil durch Textverderbnisse entstellt, zu deren Verbesserung die folgenden Zeilen beitragen helfen.

a) *Academ. II, 95* sagt Cicero:

Nempe fundamentum dialecticae est quidquid enuntietur (id autem appellatur *ἀξίωμα*, quod est quasi effectum) aut verum esse aut falsum; quid igitur? haec vera an falsa sunt: „*Si te mentiri dicis idque verum dicis, mentiris* (et) *verum dicis?*“ Haec scilicet inexplicabilia esse dicitis . . .

Klotz streicht hier „*verum dicis*“; Schütz ergänzt „*an*“ statt „*et*“; Plasberg schreibt „*mentiris* (et) *si te mentiri dicis idque mentiris*) *verum dicis*“.

Die Streichung von Klotz scheint mir willkürlich; die Ergänzung von Plasberg zwar logisch korrekt, aber doch allzu umfangreich; die Konjekturen von Schütz aber verträgt sich nicht mit dem Kontext. Denn Cicero fragt, ob der Satz „*Si te mentiri dicis*“ usw. wahr oder falsch ist. Dann kann er aber kein Tragesatz (mit „*an*“) sein, sondern muß ein *effectum* oder *enuntiatum* (*ἀξίωμα* nach stoischer, *λόγος ἀποφαντικός* nach aristotelischer Terminologie) sein, wie Cicero ja selbst kurz vorher gesagt hat. Dagegen genügt die Ergänzung „*et*“ m. E. allen Anforderungen: sie ist kurz und trifft den logischen Sinn, der ein Paradoxon verlangt, (*inexplicabilia esse dicitis*) genau.

b) *Acad. II, 96* wird zunächst das stoische Paradigma angeführt: „*Si dicis nunc lucere et verum dicis, lucet; dicis autem nunc lucere et verum dicis*“; *lucet igitur*“.

Die Ergänzung wurde bereits von Manilius richtig eingesetzt; das Schlussschema ist das des ersten stoischen *ἀποδείξις λόγος* (von Cicero „*primus concludendi modus*“ genannt).

Ganz analog schließt dann Cicero:

„*Si dicis te mentiri verumque dicis, mentiris; dicis autem te mentiri verumque dicis; mentiris igitur*“.

Hieran ist nichts unverständlich und der überlieferte Text nicht verbesserungsbedürftig. Nun folgt aber ein zweites stoisches Paradigma von der eigentümlichen Form eines *διπολογισμῶν* (*δέλωμα*) — Cicero nennt das II, 98 ein „*in se conexum*“ — und zugleich eines *ἀδιπολογισμῶν* (*λόγος*):

„*Si lucet, lucet; lucet autem; lucet igitur*“.

Dann heißt es (auch der Kontext ist hier wichtig):

Quid ergo haec ab illa conclusionem differt: „*Si mentiris, mentiris; mentiris autem; mentiris igitur?*“ Hoc negas te posse nec adprobare nec improbare; qui igitur magis illud? si ars, si ratio, si via, si vis denique conclusionis valet, eadem est in utroque.

Es ist klar, daß der Schluß „*Si mentiris . . . mentiris igitur*“ nicht so wie überliefert im ursprünglichen Text gestanden haben kann — wenn man nicht — was Rüstow befremdlicherweise tut (*Dissert. „Der Lügner“*, S. 89) — Cicero ein ganz grobes Mißverständnis zumuten will, wozu m. E. kein Grund vorliegt.

Wie hat aber der ursprüngliche Text gelautet?

Rüstow (*Diss. S. 88—89*) schlägt vor, an Stelle der Überlieferung einfach zu setzen: „*Si verum dicis, verum dicis; dicis autem verum; verum dicis igitur*“ — in dem Sinne freilich, daß das in Ciceros Vorlage stand (auf Griechisch) und von ihm aus Mißverständnis wie überliefert geändert wurde. Ich halte, wie gesagt, ein solches Mißverständnis für unmöglich, muß aber zugeben, daß mit der Rüstowschen Korrektur der logische Sinn gut getroffen ist. Denn es wird jetzt aus der eigenartig zwiespältigen Voraussetzung „*Si mentiris idque verum dicis*“ die zweite, der ersten „*mentiris igitur*“ das ersten Schlusses widersprechende, Konsequenz „*verum dicis igitur*“ gezogen.

Es würde sich nun der Ausweg bieten, die überlieferte und die Rüstowsche Fassung hintereinander zu schreiben und dann noch anzufügen: „*Mentiris autem idque verum dicis; mentiris igitur et verum dicis*“ oder ähnlich.

Das Ergebnis stimmt jetzt mit dem von II, 95 überein und scheint auch zum Kontext (*vis conclusionis . . . eadem est in utroque*) zu passen.

Aber eine solche Textfassung wäre doch sehr schwerfällig und deshalb recht unciaronianisch; ich möchte daher eine kürzere und

sozusagen „elegantere“ Form vorschlagen, die den logischen Inhalt trotzdem unverkürzt enthält:

„*Si mentiris, mentiris*: < *si verum dicis, verum dicis*>; *mentiris autem* (<*idque verum dicis*>; *mentiris igitur* (<*et verum dicis*>).“

In diesem Zusammenhang sei noch II, 98 erwähnt, wo das Paradigma „*Si luceat, luceat*“ angeführt und dann das „*Si mentiris, mentiris*“ als genau Entsprechend bezeichnet wird. Dadurch ist die Phrase „*Si mentiris, mentiris*“ jedenfalls gesichert.

Als eine gewisse (beiläufige) Parallele sei noch Hieronymus, Epist. LXIX ad Oceanum erwähnt: „... *percontatus Chrysippus sophismatis*: *si mentiris idque vere dicis, mentiris*“, wo sich auch die kürzere Form des Paradoxons, ohne „*si dicis te mentiri*“, findet.

Die Veränderung der Stelle kann man sich so entstanden denken, daß der Text aus irgendeinem Grunde nach den Anfangsworten „*Si mentiris, mentiris*“ abbroch und dann in trivialster Weise nach dem Paradigma „*Si luceat, luceat*; *luceat autem*; *luceat igitur*“ von einem Unverständigen ergänzt wurde. Ich lege meine Rekonstruktion vor, weil sie jedenfalls den logischen Anforderungen entspricht und, wie mir scheint, nicht ohne Plausibilität ist. Daß sie die einzig mögliche ist, wage ich nicht zu behaupten.

III.

Ein weiterer megarisch-stoischer Trugschluß

Sextus Empiricus, Pyrrh. Hypotyp. II, 241, p. 114, 24—26:

ei oûxi [καὶ] κατὰ λέγαρα ἔχεις καὶ λέγαρα ἔχεις, λέγαρα ἔχεις· οὐχὶ δὲ κατὰ λέγαρα ἔχεις καὶ λέγαρα ἔχεις· λέγαρα ἀγα ἔχεις.

Nach Streichung des ersten sinnstörenden *καὶ* haben wir zwei sprachlich ganz gleiche Phrasen *οὐχὶ (non) κατὰ λέγαρα ἔχεις (A)* und *καὶ (et) λέγαρα ἔχεις (B)*. Doch bedeuten sie nicht dasselbe. Das erste Mal bezieht sich die Negation *οὐχὶ* nur auf den ersten Teil (A) *κατὰ λέγαρα ἔχεις*, das zweite Mal auf die ganze Phrase (A et B). Das logische Schlußschema ist also folgendes:

Wenn (*non-A*) et *B*, so *B*

Aber *non-(A et B)*

Also *B*

Dieser Schluß ist zwar ungültig, würde aber gültig sein (nach dem ersten stoischen *ἀπέρωδιστος λόγος*), wenn man in der zweiten

Zeile *non-(A et B)* durch (*non-A*) et *B* ersetzen würde. Der Trugschluß entsteht also durch die sprachliche Gleichheit der logisch verschiedenen Sätze (*non-A*) et *B* und *non-(A et B)*³, durch die der Hörer oder Leser getäuscht werden soll.

Die Schlußweise der ersten Zeile ist interessant, weil sie ein Beispiel für eine sonst meines Wissens nicht anderweitig belegte Implikation der Form (*P et Q*) *imp* *Q* darstellt, bei der also das Vorderglied eine Konjunktion und das Hinterglied ein Glied dieser Konjunktion ist (vgl. oben S. 42).

³ Da weder *A* noch *B* (in dem *λέγαρα*-Beispiel) zutrifft, ist der erste Satz falsch und der zweite richtig. Man ersetzt also, getäuscht durch die sprachliche Gleichheit, einen richtigen Satz in der zweiten Zeile des Schlusses durch einen falschen.

DK 424 : 47 - 19

K L A S S I S C H - P H I L O L O G I S C H E S T U D I E N

herausgegeben von

Hans Herter und Wolfgang Schmid

Z W E I U N T E R S U C H U N G E N Z U R A N T I K E N L O G I K

VON

OSKAR BECKER

Hefr 17

Z W E I U N T E R S U C H U N G E N Z U R A N T I K E N L O G I K

VON

OSKAR BECKER

1957

OTTO HARRASSOWITZ · WIESBADEN

1957

OTTO HARRASSOWITZ · WIESBADEN

INHALT

Zum Problem der platonischen Idealzahlen (Eine Retraktion)	1
Miszellen zu mathematisch-philosophischen Texten	23
Über die vier Themata der stoischen Logik	27
Miszellen zur stoischen Logik	50