Forcing Serie 13

Stichworte zur Prüfungsvorbereitung

1 DAS MARTIN-AXIOM

- Δ-SYSTEM-LEMMA und *ccc*-Partialordnungen
- Definitionen: Partialordnung, offen-dichte Mengen, *ccc*, $\mathscr{D}$-generischer Filter
- Definition von $\mathsf{MA}(\textit{ctbl})$ und Beweis der Existenz von $2^{\mathfrak{c}}$ paarweise nicht-isomorphen Ramsey-Ultrafiltern aus $\mathsf{MA}(\textit{ctbl})$

2 FORCING

- Definitionen: Partialordnung, offen-dichte Mengen, *ccc*, σ-centred, generischer Filter, $\mathbb{P}$-Namen, kanonische Namen, Forcing-Relation
- FORCING-THEOREM und THEOREM ÜBER GENERISCHE MODELLE (ohne Beweise)
- Definition spezieller reeller Zahlen: splitting reals, dominating reals, unbounded reals
- spezielle Forcings: Ultrafilter-Forcing $\mathbb{U}$, Cohen-Forcing $\mathbb{C}$, Mathias-Forcing $\mathbb{M}$ & $\mathbb{M}_{\mathscr{U}}$, Silver-like Forcing $\mathbb{S}_{\mathscr{E}}$, Sacks-Forcing $\mathbb{S}$, Miller-Forcing $\mathbb{M}$, Laver-Forcing $\mathbb{L}_{\mathscr{U}}$, Shelahs Baum-Forcing $\mathbb{T}$
- allgemeine Eigenschaften dieser Forcings (*z.B.* ${}^{\omega}\omega$-bounding, *ccc*, erhält P-points)
- Eigenschaften dieser Forcings bezüglich speziellen reellen Zahlen (*z.B.* “das Forcing addiert splitting reals aber keine unbounded reals” *etc.*)

3 KONSISTENZ- UND UNABHÄNGIGKEITSRESULTATE

Die Technik:

- REFLEKTIONSTHEOREM und abzählbare transitive Modelle von endlichen Fragmenten von ZFC.
- Wie beweist man Konsistenzresultate mit Forcing?

Anwendungen:

- Konsistenz von CH mit ZFC: Welches Forcing verwendet man? Welche Eigenschaften muss dieses Forcing haben und warum?
- Konsistenz von $\neg$CH mit ZFC: Welches Forcing verwendet man? Welche Eigenschaften muss dieses Forcing haben und warum?
- Weitere Unabhängigkeitsresultate wie *z.B.* die Unabhängigkeit von $\mathfrak{b} = \mathfrak{c}$ bezüglich ZFC $+ \neg$CH, oder die Unabhängigkeit der Anzahl der Ramsey-Ultrafilter.