Forcing

Serie 3

$\mathbb{P}$-Namen & Forcing-Relation

Besprechung am 15. März

---

6. Sei $\mathbb{P} = \big(\mathrm{Fn}(\omega, 2), \subseteq\big)$.

(a) Schreibe explizit die kanonischen $\mathbb{P}$-Namen $\underset{\cdot}{x}, \underset{\cdot}{y}, \underset{\cdot}{z}$ folgender Mengen auf:

$$x = \{\emptyset\} \qquad y = \big\{\{\emptyset\}\big\} \qquad z = \big\{\emptyset, \{\emptyset\}\big\}$$

(b) Finde einen $\mathbb{P}$-Namen $\underset{\sim}{u}$ und drei $\mathbb{P}$-Bedingungen p, q, r, so dass gilt:

$$p \Vdash_{\mathbb{P}} \underset{\sim}{u} = \underset{\cdot}{x} \qquad q \Vdash_{\mathbb{P}} \underset{\sim}{u} = \underset{\cdot}{y} \qquad r \Vdash_{\mathbb{P}} \underset{\sim}{u} = \underset{\cdot}{z}$$

7. Sei $\mathbb{P} = \big(\mathrm{Fn}(\omega, 2), \subseteq\big)$.

(a) Konstruiere unendlich viele verschiedene endliche maximale Antiketten.

(b) Konstruiere unendlich viele verschiedene unendliche Antiketten.

8. Sei $\mathbb{P} = (P, \leq)$ eine Partialordnung und sei $\underset{\sim}{G}$ der kanonische $\mathbb{P}$-Name für einen $\mathbb{P}$-generischen Filter.

(a) Zeige, dass für alle $p \in P$ gilt:

$$p \Vdash_{\mathbb{P}} \underset{\cdot}{p} \in \underset{\sim}{G}$$

(b) Zeige: Sind p und q inkompatibel, so gilt

$$q \Vdash_{\mathbb{P}} \underset{\cdot}{p} \notin \underset{\sim}{G}\ .$$

9. Sei $\mathbb{P} = \big(\mathrm{Fn}(\omega, 2), \subseteq\big)$, sei $\mathbf{V} \models$ ZFC, sei $\underset{\sim}{G}$ der kanonische $\mathbb{P}$-Name für einen $\mathbb{P}$-generischen Filter über $\mathbf{V}$, und sei $\underset{\sim}{H} := \big\{\langle \underset{\cdot}{p}, q\rangle : \text{“}p \text{ und } q \text{ sind inkompatibel”}\big\}$.

(a) Zeige, dass gilt:

$$\emptyset \Vdash_{\mathbb{P}} \underset{\sim}{H} \cap \underset{\sim}{G} = \underset{\cdot}{\emptyset}$$

(b) Zeige, dass gilt:

$$\mathbf{V}[G] \models \text{“}\underset{\sim}{H}[G] \text{ ist offen dicht in } \mathrm{Fn}(\omega, 2)\text{”}$$