

44. Konstruiere eine \mathcal{L}_{PA} -Struktur \mathbb{N}^- mit demselben Bereich wie \mathbb{N} (d.h. mit Bereich \mathbb{N}), so dass \mathbb{N}^- ein Modell ist für die Axiome $PA_0 - PA_5$, in dem jedoch das Axiomenschema PA_6 nicht allgemein gilt (d.h. in \mathbb{N}^- gilt PA_6 nicht für alle \mathcal{L}_{PA} -Formeln φ).

45. Sei \mathcal{N} die Menge der Polynome

$$m + \sum_{k=1}^N a_k X^k$$

mit $m, N \in \mathbb{N}$ und $a_k \in \mathbb{Q}$. Weiter sei “+” und “ \cdot ” die übliche Addition und Multiplikation von Polynomen und für Polynome $p \in \mathcal{N}$ sei $s(p) := p + 1$.

Zeige, dass dann die Struktur $(\mathcal{N}, 0, s, +, \cdot)$ ein Modell ist von $PA_0 - PA_5$, welches nicht isomorph ist zum standard-Modell der Peano Arithmetik.