

# Die Gödel'schen Sätze

Serie 11

$\text{PA}_0 + \text{PA}_1 + \text{PA}_2 + \text{PA}_3 + \text{PA}_4 + \text{PA}_5 + \neg\text{PA}_6$  Besprechung am 5. Dezember

---

44. Konstruiere eine  $\mathcal{L}_{\text{PA}}$ -Struktur  $\mathbb{N}^-$  mit demselben Bereich wie  $\mathbb{N}$  (d.h. mit Bereich  $\mathbb{N}$ ), so dass  $\mathbb{N}^-$  ein Modell ist für die Axiome  $\text{PA}_0 - \text{PA}_5$ , in dem jedoch das Axiomenschema  $\text{PA}_6$  nicht allgemein gilt (d.h. in  $\mathbb{N}^-$  gilt  $\text{PA}_6$  nicht für alle  $\mathcal{L}_{\text{PA}}$ -Formeln  $\varphi$ ).
45. Sei  $\mathcal{N}$  die Menge der Polynome

$$m + \sum_{k=1}^N a_k X^k$$

mit  $m, N \in \mathbb{N}$  und  $a_k \in \mathbb{Q}$ . Weiter sei “+” und “ $\cdot$ ” die übliche Addition und Multiplikation von Polynomen und für Polynome  $p \in \mathcal{N}$  sei  $s(p) := p + 1$ .

Zeige, dass dann die Struktur  $(\mathcal{N}, 0, s, +, \cdot)$  ein Modell ist von  $\text{PA}_0 - \text{PA}_5$ , welches nicht isomorph ist zum standard-Modell der Peano Arithmetik.