

# Die Gödel'schen Sätze

Serie 12

Definitionen

Besprechung am 12. Dezember

---

46. Zeige, dass gilt:

$$\text{PA} \vdash \text{coprime}(x, y) \leftrightarrow \forall z < s x(z \mid x \wedge z \mid y \rightarrow z = 1)$$

47. Sei  $\psi_2(y)$  die  $\mathcal{L}_{\text{PA}}$ -Formel

$$\psi_2(y) \equiv y = s s 0.$$

Zeige mit Hilfe der logischen Axiomen und den Tautologien, dass gilt:

$$\text{PA} \vdash \exists y (\psi_2(y) \wedge (\forall x (\psi_2(x) \rightarrow x = y)))$$

Das heisst:  $\text{PA} \vdash \exists! y \psi_2(y)$ .

48. Wir erweitern die Sprache der Peano Arithmetik durch Hinzufügen des Konstantensymbols "2", welches wie folgt definiert ist:

$$2 := s s 0$$

- (a) Erweitere nun diese Sprache nochmals durch Hinzufügen des 1-stelligen Funktionssymbols "quad( $x$ )", welches als "Quadrieren" definiert ist.
- (b) Transformiere den Satz

$$\neg \exists x (\text{quad}(x) = 2)$$

in die Sprache der Peano Arithmetik.