

Axiomatische Mengenlehre

Serie 11

MA \Rightarrow $\text{cov}(\mathcal{N}) = \mathfrak{c}$

Besprechung am 7. Dezember

Sei

$$\mathcal{L} := \{X \subseteq [0, 1] : X \text{ ist Lebesgue-messbar}\},$$

sei

$$\mathcal{N} := \{X \in \mathcal{L} : \mu(X) = 0\}$$

das Ideal der Nullmengen, wobei μ das Lebesgue-Maß bezeichnet, und sei

$$\text{cov}(\mathcal{N}) := \min \{|\mathcal{F}| : \mathcal{F} \subseteq \mathcal{N} \wedge \bigcup \mathcal{F} = [0, 1]\}$$

die *covering-number* der Nullmengen. Weiter sei

$$P := \{X \in \mathcal{L} : X \text{ ist abgeschlossen und } \mu(X) > 0\},$$

und für $X, Y \in P$ sei

$$X \leq Y \iff Y \subseteq X.$$

34. Zeige: $\omega_1 \leq \text{cov}(\mathcal{N}) \leq \mathfrak{c}$.

35. Zeige: (P, \leq) hat *ccc*.

36. Zeige mit Hilfe von MA: Ist $\mathcal{D} \subseteq \mathcal{N}$ mit $|\mathcal{D}| < \mathfrak{c}$, so ist $\bigcup \mathcal{D} \neq [0, 1]$.

37. Zeige: MA \Rightarrow $\text{cov}(\mathcal{N}) = \mathfrak{c}$.