Lineare Algebra I

WS 00/01

Übungsblatt 1: Schlussweisen und einfache Beweise

---

1. Jedes alte Schwein ist gefrässig und jedes gesunde Schwein ist gefrässig. Auf einem Bauernhof gibt es sowohl gefrässige als auch nicht gefrässige Schweine. Welche der nachstehenden Schlussfolgerungen sind zulässig?

   (a) Es hat sowohl alte als auch junge Schweine auf dem Hof.

   (b) Es hat junge Schweine auf dem Hof.

   (c) Alle nicht gefrässigen Schweine sind jung.

   (d) Einige junge Schweine sind krank.

   (e) Alle jungen Schweine sind krank.

2. Der Vater sagt zu seiner Tochter: "Bald nach dem *Sammichlaus* kommt das *Christchindli*". Welche Aussagen der Tochter widerlegen die Behauptung des Vaters?

   (a) Den Sammichlaus gibt es nicht.

   (b) Letztes Jahr kam nur das Christchindli, nicht aber der Sammichlaus.

   (c) Das Christchindli kommt nie.

   (d) Letztes Jahr kam nur der Sammichlaus, nicht aber das Christchindli.

   (e) Es gibt weder den Sammichlaus noch das Christchindli.

3. (a) Beweise: In den reellen Zahlen $\mathbb{R}$ gibt es genau ein Neutralelement bezüglich der Multiplikation.

   (b) Beweise: Zu jeder reellen Zahl $x \neq 0$ gibt es genau ein Inverses bezüglich der Multiplikation.

4. Im Folgenden bezeichne $\bar{x}$ das Inverse von x bezüglich der Addition und x^{-1} das Inverse von x bezüglich der Multiplikation. Zeige mit Hilfe der grundlegenden Rechenregeln von $\mathbb{R}$, dass folgendes gilt:

   (a) $0 \cdot x = 0$ (b) $\bar{0} = 0$ (c) $1^{-1} = 1$ (d) $\bar{x} = \bar{1} \cdot x$ (e) $\bar{(\bar{x})} = x$
   (f) $(x^{-1})^{-1} = x$ (g) $\bar{x} \cdot y = x \cdot \bar{y}$ (h) $\bar{x} \cdot \bar{y} = x \cdot y$

5. Das Zeichen 2 ist eine Abkürzung für $(1+1)$ und 4 ist eine Abkürzung für den Ausdruck $(1+1+1+1)$. Wieder bezeichne $\bar{x}$ das Inverse von x bezüglich der Addition. Zeige mit Hilfe der grundlegenden Rechenregeln und der Aufgabe 4, dass folgendes gilt:

   (a) $2 \cdot 2 = 4$ (b) $\bar{4} \cdot x = \bar{x} + \bar{x} + \bar{x} + \bar{x}$