

2.4. Streubahnen im Kepler-Problem

- Die Bahnen $r = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{1+\varepsilon \cos \varphi}$ mit $\varepsilon > 1$ beschreiben Hyperbeln.
- Für $\cos \varphi > -\frac{1}{\varepsilon}$ geht $r \rightarrow \infty$.

Für $\cos \bar{\varphi} = -\frac{1}{\varepsilon}$ gilt

$\theta = \pi - \bar{\varphi}$, also

$$\cos \theta = -\cos \bar{\varphi} = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{1+2eE^2/g^2}} \quad \oplus$$

- Wollen den Streuquerschnitt bestimmen,

benötigen also χ ($= \pi - 2\theta$) als Funktion des Stoßparameters b .

Haben $b = \frac{L}{\sqrt{2E\mu}} = \frac{l}{\sqrt{2e}}$, also $l = b\sqrt{2e}$. Lösen \oplus nach b

$$\text{auf} \Rightarrow b = \frac{g}{2e} \tan \theta = \frac{g}{2e} \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\chi}{2}\right) = \frac{g}{2e} \frac{\cos(\chi/2)}{\sin(\chi/2)}$$

Also gilt $\frac{db}{d\chi} = -\frac{g}{4e} \frac{1}{\sin^2(\chi/2)}$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \chi} \frac{db}{d\chi} \right| = \frac{g}{2e} \frac{\cos(\chi/2)}{\sin(\chi/2) \sin \chi} \cdot \frac{g}{4e} \frac{1}{\sin^2(\chi/2)}$$

$$\sin \chi = 2 \cos \frac{\chi}{2} \sin \frac{\chi}{2} \Rightarrow \frac{g^2}{16e^2} \frac{1}{\sin^4(\chi/2)}$$

$$= \left(\frac{g M \mu}{4 E \sin^2(\chi/2)} \right)^2.$$

Bemerkung. Diese Formel gilt auch für geladene Teilchen mit Ladungen, mit e_1, e_2 anstelle von $g M \mu$ (Streuformel von Rutherford).

