

Herbstsemester 2012:

Proseminar: Hierarchische Matrizen

Dozent : Prof. R. Hiptmair
Ort : HG G 26.5
Zeit : Do 8:15 - 10:00
beginnt am : 16.4.2004
Vorbereitung : Do 20.09.2012, 08:15, HG G 26.5
Kontaktperson : R. Hiptmair, hiptmair@sam.math.ethz.ch
Voraussetzungen : Solide Kenntnisse in Linearer Algebra (Matrizenrechnung), Grundkenntnisse in Analysis, Kenntnisse in MATLAB

Beschreibung:

Im Rahmen numerischer Simulationen von Vorgängen in Naturwissenschaft und Technik treten oft lineare Gleichungssysteme mit grossen vollbesetzten Matrizen auf. Im allgemeinen Fall einer vollbesetzten $n \times n$ -Matrix benötigt die Multiplikation mit einem Vektor quadratischen Aufwand in n , die Lösung eines Gleichungssystems mit Gausselimination sogar kubischen Aufwand.

Nun hat man bemerkt, dass viele dieser Matrizen eine verborgene Struktur aufweisen. Dies schlägt sich darin nieder, dass sie gut durch *lokale Niedrigrangapproximation* approximiert werden können. Das resultierende Speicherformat ist bekannt als "Hierarchische Matrix" (H-Matrix).

Gegenstand des Seminars ist dieses hierarchische Matrixformat und darauf aufbauende Algorithmen zur Multiplikation Matrix-Vektor, zur approximativen Matrixmultiplikation und Invertierung. Diskutiert werden die mathematischen Grundlagen, die Details der Algorithmen und deren Komplexität.

Die Idee der hierarchischen Matrizen stellt eine bedeutende Innovation der modernen numerischen Mathematik dar. Sie steht in enger Beziehung zu den sogenannten Fast-Multipole-Verfahren fuer nichtlokale Operatoren und zu Clustering-Techniken fuer Randelementgleichungen. Ihr Potential ist noch lange nicht ausgeschöpft.

Die Vortraege im Seminar werden sich im wesentlichen auf die Monographi [3] und das Skriptum [2] stützen, die für ETH-Studenten online als PDF verfügbar sind.

Vorträge:

Jeder Teilnehmer hat jeweils zwei Vorträge von jeweils ca. 35 Minuten Länge zu halten. Er soll sich dabei teilweise auf PDF-Präsentationsfolien stützen, erzeugt mit Hilfe des Beamer- \LaTeX -Stils (oder auf \LaTeX -basierte Werkzeuge unter MacOS X). Jedoch sollen komplexe Überlegungen und technische Passagen ergänzend an der Tafel erklärt werden. Die PDF-Dateien zu den Präsentationen sollen den anderen Seminarteilnehmern zur Verfügung gestellt werden.

Abfragen

Zu Beginn jeder Sitzung werden den Teilnehmern Fragen zum Thema der Vorträge aus der Vorwoche gestellt.

Vortragsthemen

1. Niedrigrangmatrizen, [3, Kap. 2], [2, 6.1.1, 6.1.2] (Wysling)
2. Einfaches \mathcal{H} -Matrix-Format: Grundlagen, [3, 3.1–3.6] (Schindler)
3. Einfaches \mathcal{H} -Matrix-Format: Inversion, [3, 3.7–3.9] (Renaux)
4. Anwendungsbeispiel I, [2, Ch. 1] (Gutmann)
5. Anwendungsbeispiel II, [2, Ch. 1] (Wysling)
6. Mehrdimensionale Clusterbäume [2, Sect. 2.1], [3, Sect. 5.3] (Renaux)
7. Mehrdimensionale Block-Clusterbäume [2, Sect. 2.2], [3, Sect. 5.5] (Gutmann)
8. Fehlerabschätzung für Kernapproximation [2, Sect. 3.1 & 3.2] (Schindler)
9. Mehrdimensionale Interpolation [2, Sect. 3.3], [3, Sect. 4.2]
10. H-Matrix-Arithmetik: Matrix-Vektor-Multiplikation, [3, Sect. 7.1, 7.8.1]
11. H-Matrix-Arithmetik: Niedrigrangmatrizen - Komplexität [2, Sect. 7.1]
12. H-Matrix-Arithmetik: Addition [2, Sect. 6.2.1], [3, Sect. 7.3]
13. H-Matrix-Arithmetik: Addition - Komplexität [2, Sect. 7.2.2], [3, Sect. 7.8.2]
14. H-Matrix-Arithmetik: Multiplikation [2, Sect. 6.2.1], [3, Sect. 7.4]
15. H-Matrix-Arithmetik: Multiplikation - Komplexität [2, Sect. 7.2.3], [3, Sect. 7.8.3]
16. H-Matrix-Arithmetik: Inversion [2, Sect. 6.2.2], [3, Sect. 7.5]
17. H-Matrix-Arithmetik: Inversion - Komplexität [2, Sect. 7.2.4], [3, Sect. 7.8.4]
18. H-Matrix-Arithmetik: LU-Zerlegung [2, Sect. 6.2.3], [3, Sect. 7.6]
19. H^2 -Matrizen: Motivation [2, Sect. 9.1]
20. H^2 -Matrizen: Definition [2, Sect. 9.2], [3, Sect. 8.3.1]

Vortragende und Vortragstermine

Datum	Vortragende	Thema #
1.11.2012	Wysling, Schindler	1,2
8.11.2012	Renaux, Gutmann	3,4
15.11.2012	Wysling, Renaux	5,6
22.11.2012	Gutmann, Schindler	7,8
6.12.2012	Ausweichtermin	

Literatur

- [1] M. BEBENDORF, *Hierarchical Matrices: A Means to Efficiently Solve Elliptic Boundary Value Problems*, vol. 63 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering (LNCSE), Springer-Verlag, 2008.
- [2] S. BÖRM, L. GRASEDYK, AND W. HACKBUSCH, *Hierarchical matrices*, Lecture note 21/2003, Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences, Leipzig, Germany, 2003. <http://www.mis.mpg.de/preprints/ln/lecturenote-2103.pdf>.
- [3] W. HACKBUSCH, *Hierarchische Matrizen. Algorithmen und Analysis*, Springer, Heidelberg, 2009.